Б. Г. Зив В. М. Мейлер

ГЕОМЕТРИЯДӘН ДИДАКТИК МАТЕРИАЛЛАР

7
сыйныф

ГЕОМЕТРИЯДӘН ДИДАКТИК МАТЕРИАЛЛАР 7 Б. Г. Зив В. М. Мейлер

Б. Г. Зив, В. М. Мейлер

ГЕОМЕТРИЯДӘН ДИДАКТИК МАТЕРИАЛЛАР

Татар урта гомуми белем мәктәбенең 7 нче сыйныфы өчен

Казан • «Мәгариф» нәшрияты
Москва • «Просвещение»
2002

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
З-54

Зив Б. Г., Мейлер В. М.

Дидактические материалы по геометрии для 7 класса.— М.: Просвещение, 2000.

Охраняется Законом РФ «Об авторском праве и смежных правах». Воспроизведение всей книги или ее части на любых видах носителей запрещается без письменного разрешения издательства.

Переводное издание учебника выпущено в свет по Лицензионному договору 3/7 от 1.04.2002 г. Экземпляры переводного издания подлежат распространению исключительно на территории Республики Татарстан, а также среди татарской диаспоры на территориях других субъектов Российской Федерации.

Зив Б. Г., Мейлер В. М.

З-54 Геометриядән дидактик материаллар: Татар урта гомуми белем мәкт. 7 нче с-фы өчен / Русчадан Л. Х. Мөхәммәтҗанова тәрҗ.— Казан: Мәгариф, 2002. — 128 б.: рәс. б-н.

ISBN 5-7761-1027-0

Әлеге ярдәмлектә мөстәкыйль һәм контроль эш күнегүләре, шулай ук 7 нче сыйныф геометрия курсы буенча математик диктантлар бирелә. Бу китап Л. С. Атанасян редакциясендәге «Геометрия 7—9» дәреслегенә кулланма буларак тәкъдим ителә.

БЗ—10(69)—51—2003/2004

ISBN 5-7761-1027-0

© Издательство «Просвещение», 1995
© Художественное оформление. Издательство «Просвещение», 2000
Все права защищены
© Татарчага тәрҗемә, «Мәгариф» нәшрияты, 2002

КЕРЕШ

Ярдәмлектә 26 мөстәкыйль эш, 5 контроль эш, 4 математик диктант һәм геометриядән имтиханнарга үрнәк мәсьәләләр китерелгән.

Мөстәкыйль эшләр тиңдәшле номер белән **М** хәрефе ярдәмендә тамгаланган. Мәсәлән, **М—2** икенче мөстәкыйль эш була. Тәкъдим ителгән мөстәкыйль эшләрнең максаты — укучыларның индивидуаль үзенчәлекләрен һәм хәзерлек дәрәҗәләрен исәпкә алып, мәсьәләләр чишү эшен оештыруда укытучыга ярдәм итү. Моннан тыш, мөстәкыйль эшләрне укучыларның белемнәрен һәм күнекмәләрен көндәлек тикшерүдә файдаланырга була.

Мөстәкыйль эшләр дүрт вариантта бирелгән.

Һәр эшнең беренче һәм икенче вариантларындагы мәсьәләләрне чишү өчен, укучылар минималь программа таләпләре дәрәҗәсендәге белемне кулланырга тиеш.

Өченче һәм дүртенче вариантлар уртача катлаулыктагы мәсьәләләрдән тора. Бу мәсьәләләрне чишү өчен, стандарт ситуациядәге төшенчәләрне танып белү, стандарт шартлардагы яки алардан беразга гына аерылган белемнәрне куллана белү сорала. Өченче һәм дүртенче вариант мәсьәләләре катлаулыгы буенча дәреслектәге төп мәсьәләләрнең күпчелегенә якынча туры килә.

Бишенче һәм алтынчы вариантлар яхшырак хәзерлекле укучылар өчен бирелә. Бу варианттагы мәсьәләләрне чишү — катлаулы ситуацияләрдә белемнәрне куллана белү, җитәрлек югары дәрәҗәдә хисаплау күнекмәләре һәм бердәй рәвеш үзгәртү күнекмәләре булдыруны таләп итә.

Катлаулыгы буенча бу мәсьәләләр дәреслекнең төп һәм өстәмә мәсьәләләренең авырракларына якынча туры килә.

Җиденче һәм сигезенче вариантлар, мәсьәләләрне чишкәндә, белемнәрне иҗади куллана белү таләп иткән мәсьәләләрдән тора. Биредә стандарт булмаган катлаулы геометрик ситуацияләрне анализларга, мөстәкыйль рәвештә яңа фактлар ачарга, алар арасындагы нисбәтләрне ачыкларга туры килә. Катлаулыгы буенча бу мәсьәләләр дәреслекнең «Катлаулырак мәсьәләләр» бүлегенә якынча туры килә.

Җиденче һәм сигезенче вариантлардагы биремнәрне укучыларга, алар төп эшне башкарганнан соң, сыйныфтагы барлык укучылар белән бергә дәрестә буш калган вакытта бирергә,

яки өйдә эшләү өчен мәҗбүри булмаган бирем сыйфатында, яки математика түгәрәкләрендәге дәресләрдә файдаланырга була.

Ярдәмлектә * тамгасы белән билгеләнгән өч мөстәкыйль эш бирелә. Бу эшләрнең беренче һәм икенче вариантларындагы мәсьәләләр, катлаулыклары буенча, минималь программа таләпләренә караганда бераз авыррак. Бу эшләрне яхшырак хәзерлекле сыйныфларда үткәрергә тәкъдим ителә.

Ярдәмлектәге мөстәкыйль эшләр саны күпкә артык. Укучылар һәр эш биремнәренең һәрберсен мәҗбүри эшләп барырга тиеш дигән максатны укытучы куймаска тиеш. Әлеге ярдәмлектә бирелгән эшләр җыелмасы укытучыга теләсә кайсы дәрестә, дәреснең максатына, булган уку вакытына һәм укучыларның хәзерлек дәрәҗәсенә бәйле рәвештә кирәкле биремнәрне сайлап алырга мөмкинлек бирер дип күздә тотыла.

Ярдәмлектәге эшләр вариантлар буенча төзелгән.

Биремнәрнең сигез вариантта булуы укытучыга, бер китапны 8 кечкенә китапка бүлеп, һәр китапны аерым укучыга бирергә мөмкинлек бирә.

Контроль эшләр ярдәмлектә тиңдәшле номер белән **К** хәрефе ярдәмендә тамгалана. Алар дәреслекнең һәр дүрт бүлеге буенча (тиңдәшле рәвештә **К—1, К—2, К—3, К—4**) һәм бөтен VII сыйныф геометрия курсы буенча (**К—5** эше) йомгаклау тикшерү эшләре үткәрү өчен билгеләнгән.

Контроль эшләр дүрт вариантта төзелгән. Барлык вариантлардагы эшләрнең катлаулыгы якынча бертөрле. Һәр вариантта ° тамгасы белән билгеләнгән ике бирем бар. Бу мәсьәләләр минималь программа таләпләре дәрәҗәсендә. Алар эшнең мәҗбүри өлешен тәшкил итәләр.

Киләсе өч бирем укучыларның математик белем үсешен тикшерә. Шул вакытта соңгы бирем белемнәрне иҗади куллану, стандарт булмаган геометрик конфигурацияләрне анализлау, җитәрлек дәрәҗәдә катлаулы дедуктив фикерләүне таләп итә. Бу бирем * тамгасы белән билгеләнгән.

Һәр эшне үткәргәндә, укытучы, укучыларның хәзерлек дәрәҗәсенә һәм эшкә бирелгән вакытка бәйле рәвештә, ° тамгасы белән билгеләнмәгән мәсьәләләрнең кайсы бу эшкә керүен билгели. Менә, мәсәлән, 45 минутка исәпләнгән **К—1** эше өчен биремнәрне болай төзергә була: көчле булмаган сыйныфта 1°, 2°, 3а яки 1°, 2°, 3б биремнәре; көчле сыйныфта 1°, 2°, 3б, яки 1°, 2°, 3б, 4*, яки 1°, 2°, 3а, 3б, 4* биремнәре.

Бу вакытта «3»ле билгесен алу өчен, 1°, 2° биремнәрен дөрес эшләү җитә. Ә инде «4»ле һәм «5»ле билгесен (яки шундый ике билгене — төп һәм өстәмәне беррәттән алу өчен) ° тамгасы белән билгеләнмәгән биремнәрне башкару кирәкле шарт булып тора.

Тәкъдим ителгән контроль эшләрдән икенче төрлерәк тә файдаланырга була. Математик диктантлар дәреслекнең

тиешле бүлегенә туры килгән тиңдәшле номер белән **МД** хәрефләре ярдәмендә тамгалана. Мәсәлән, **МД—4** — IV бүлек буенча математик диктант.

Математик диктантлар укучыларның теоретик белемнәрен системалаштыру өчен билгеләнә һәм контроль эш алдыннан үткәрелергә мөмкин. Диктант теоретик сораулар җыелмасыннан һәм теорияне турыдан-туры куллану буенча зур булмаган мәсьәләләрдән гыйбарәт.

Диктантны үткәргәндә, укытучы сорау яки мәсьәлә бирә, ә укучылар берничә минут эчендә аларга җавап бирергә тиеш. Җавап бирү өчен кирәкле вакытны укытучы сорауның катлаулыгына һәм сыйныфның хәзерлегенә карап билгели. Мондый эшкә 30—35 минут вакыт бирелә, шуннан соң сыйныф белән бергә укытучы куелган сорауларга җавапны тикшерә һәм җибәрелгән хаталарны күрсәтә.

Укытучы үз ихтыяры буенча диктантның барлык биремнәрен түгел, ә нindидер өлешен генә тәкъдим итә ала.

Ярдәмлек азагында барлык мөстәкыйль эшләргә һәм контроль эшләргә җаваплар, шулай ук катлаулырак биремнәргә күрсәтмәләр һәм аларның чишелешләре бирелә.

Авторлар

Дәреслек пунктлары буенча мөстәкыйль эшләрнең бүленеше

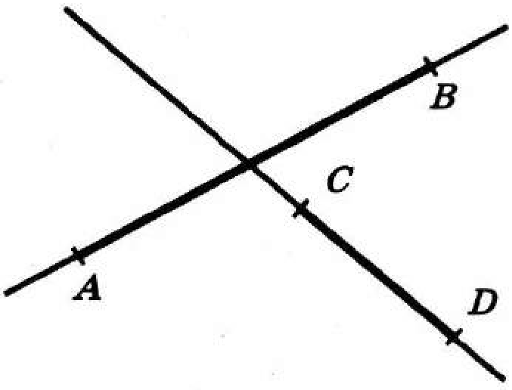
Мөстәкыйль эш	Тема	Дәреслек пункты
М—1	Туры һәм кисемтә	1
М—2	Нур һәм почмак	3, 4
М—3	Кисемтәләрне һәм почмакларны чагыштыру	5, 6
М—4	Кисемтәләрне һәм почмакларны үлчәү	7, 8, 9
М—5	Перпендикуляр турылар, чиктәш һәм вертикаль почмаклар	11, 12
М—6	Өчпочмак	14
М—7	Өчпочмаклар тигезлегенең беренче билгесе	15
М—8	Өчпочмакның медианалары, биссектрисалары һәм биеклекләре. Тигезьянлы өчпочмакның үзлекләре	17, 18
М—9	Өчпочмаклар тигезлегенең икенче һәм өченче билгеләре	19, 20
М—10*	Өчпочмакларның тигезлеге	15, 18, 19, 20
М—11	Әйләнә	21
М—12	Циркуль һәм сызгыч (линейка) белән төзү	22, 23
М—13	Ике турының параллельлек билгесе	24,25
М—14	Параллель турылар төзүнең практик ысуллары. Параллель турылар аксиомасы һәм аннан чыккан нәтиҗәләр	26, 28
М—15	Ике параллель туры белән кисүче хасил иткән почмаклар турында теорема (Параллель турыларның үзлекләре)	29
М—16	Параллель турылар	25, 29
М—17	Өчпочмак почмаклары суммасы турында теорема. Кысынкы почмаклы, турыпочмаклы һәм җәенке почмаклы өчпочмаклар	30, 31
М—18	Өчпочмакның яклары һәм почмаклары арасындагы нисбәтләр турында теорема	32
М—19	Өчпочмак тигесезлеге	33
М—20	Турыпочмаклы өчпочмакның ике кысынкы почмагының суммасы. 30° почмаклы турыпочмаклы өчпочмак	34
М—21	Турыпочмаклы өчпочмаклар тигезлегенең билгеләре	35
М—22	Перпендикуляр һәм авышлык. Ноктадан турыга кадәрге ераклык. Параллель турылар арасындагы ераклык.	37
М—23*	Бирелгән турыдан тигез ераклыкта урнашкан нокталар күплеге	37
М—24	Өч элементы буенча өчпочмак төзү	38
М—25*	Өчпочмаклар төзүнең катлаулырак очраклары	38
М—26	Йомгаклау кабатлавы	

МӨСТӘКЫЙЛЬ ЭШЛӘР

1 нче ВАРИАНТ

М—1 (Рәс.1)

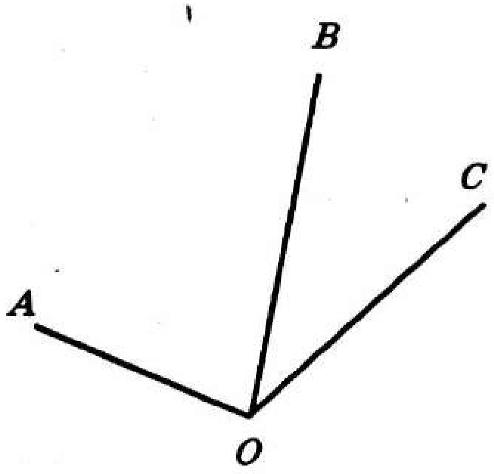
1. *AB* һәм *CD* кисемтәләре кисешәләрме?
2. *AB* һәм *CD* турылары кисешәләрме?
3. *M* ноктасын *CD* турысында ятарлык итеп, ә *AB* кисемтәсендә дә, *CD* кисемтәсендә дә ятмаслык итеп билгеләгез.
4. *CD* турысында, *A* һәм *B* нокталары арасында ятучы *N* ноктасын билгеләгез. Мондый нокта ничек атала?



Рәс. 1

М—2

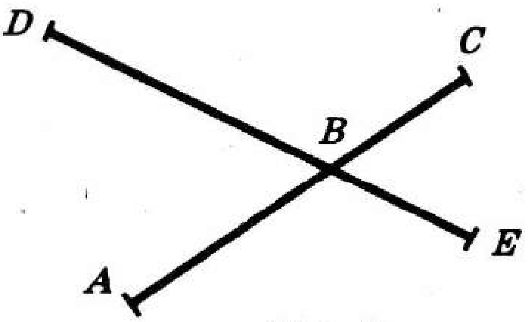
1. 1) 2 нче рәсемдә *O* ноктасыннан башланган ничә нур сурәтләнгән?
   2) Әлеге рәсемдә ничә почмак сурәтләнгән?
   3) *OM* нурын *AOM* почмагы җәенке булырлык итеп төзегез.
2. Почмак сызыгыз. Почмакның ягында ятучы *M* ноктасын, почмакның эчке өлкәсендә ятучы *N* ноктасын һәм аның тышкы өлкәсендә яткан *E* ноктасын билгеләгез.



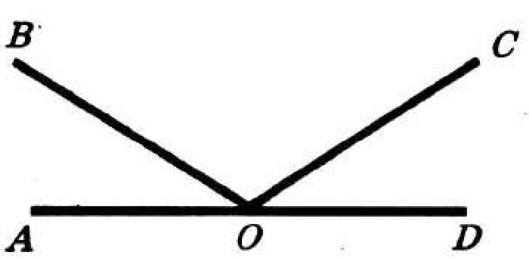
Рәс. 2

М—3

1. 3 нче рәсемдә $CB = BE$, $DE > AC$. *AB* һәм *DB* кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. 4 нче рәсемдә $\angle AOB = \angle DOC$. Рәсемдә тигез почмаклар тагын бармы?



Рәс. 3



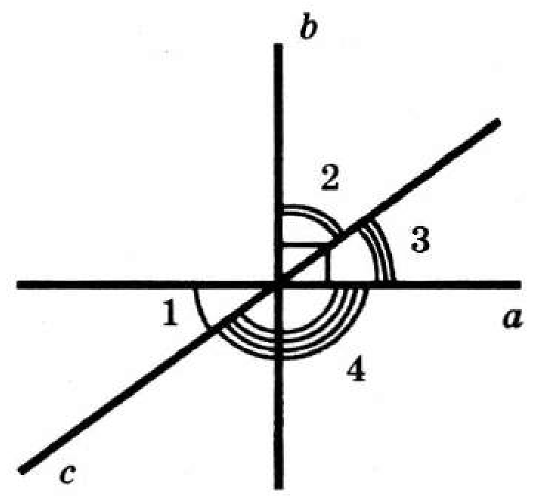
Рәс. 4

М—4

1. m турысында M, N һәм K нокталары ята, өстәвенә $MN = 85$ мм, $NK = 1,15$ дм. MK кисемтәсенең озынлыгы сантиметрларда нинди булыр?
2. $\angle AOB = 90°$. OC нурын AOC почмагы $45°$ ка тигез булырлык итеп үткәрегез (ике очракны карагыз).
   1) COB почмагы күпмегә тигез?
   2) COB почмагы нинди: кысынкымы, җәенкеме, әллә җәелгән почмакмы?
   3) OC нуры AOB почмагының биссектрисасы буламы?

М—5

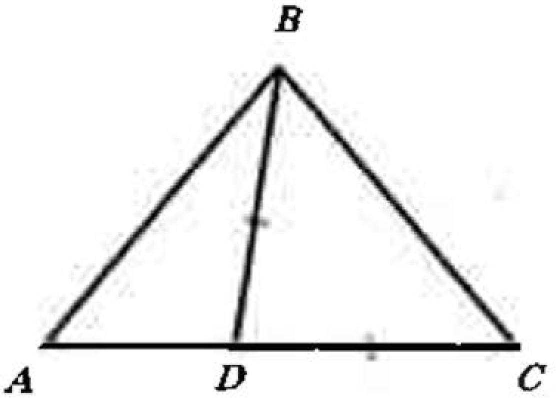
1. Чиктәш почмаклар 4:1 чагыштырмасында. Бу почмакларны табыгыз.
   2. 5 нче рәсемдә a һәм b турылары перпендикуляр, $\angle 1 = 40°$. 2, 3 һәм 4 почмакларын табыгыз.



Рәс. 5

М—6

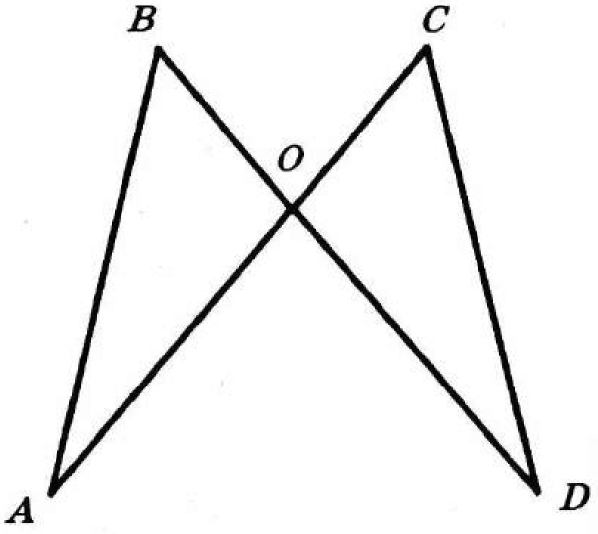
1. $\Delta MEP = \Delta ABC$, $MP = AC$, $\angle E = 45°$. B почмагын табыгыз.
2. 6 нчы рәсемдә $BD = DC$. ABC һәм ABD өчпочмакларының периметрларын чагыштырыгыз.



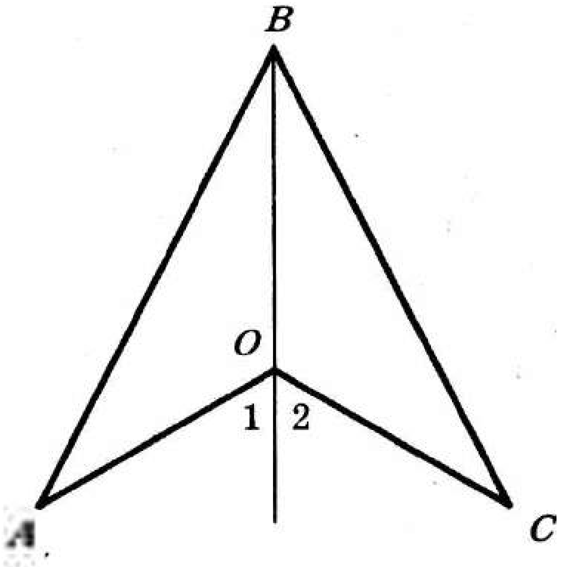
Рәс. 6

M—7

1. 7 нче рәсемдә $BD = AC$, $OB = OC$. $\Delta AOB = \Delta COD$ икәнен исбатлагыз.
2. 8 нче рәсемдә $OA = OC$, $\angle 1 = \angle 2$. $AB = BC$ икәнен исбатлагыз.



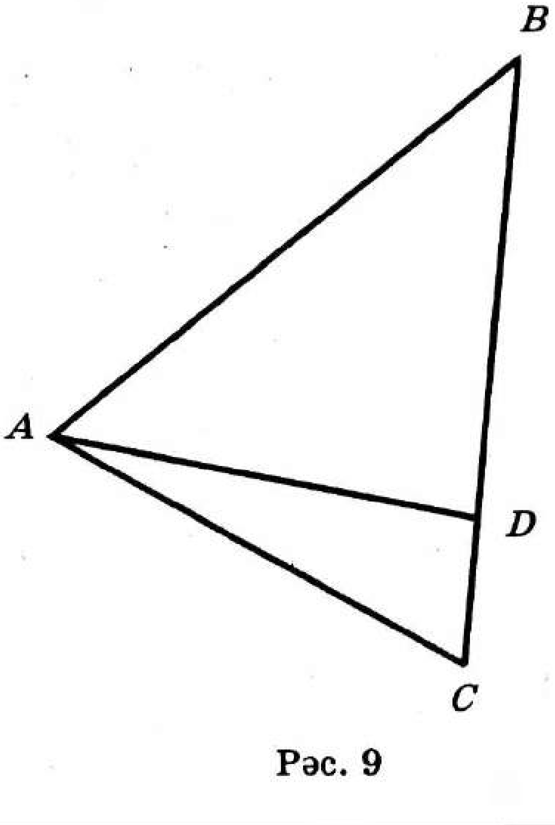
Рәс. 7



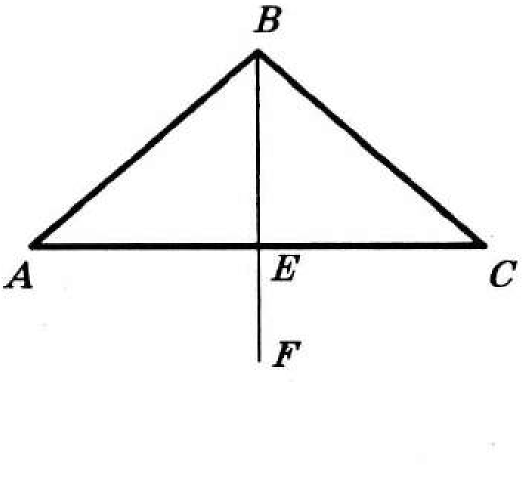
Рәс. 8

M—8

1. 9 нчы рәсемдә сурәтләнгән өчпочмакларның барысы өчен дә уртак булган биеклекне үткәрегез. Бу өчпочмакларның кайсында бу биеклек өчпочмакның тышында урнаша?
2. 10 нчы рәсемдә $AB = BC$, BE — ABC өчпочмагының медианасы. $\angle ABE = 40°30'$. $\angle ABC$ ын һәм $\angle FEC$ ын табыгыз.



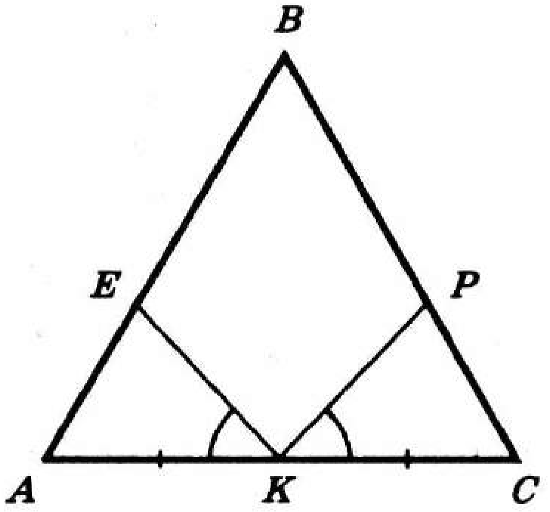
Рәс. 9



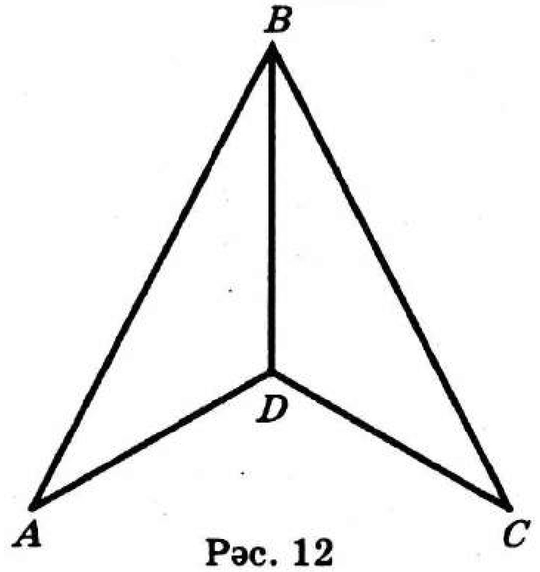
Рәс. 10

М—9

1. 11 нче рәсемдә $AB = BC$, $AK = KC$, $\angle AKE = \angle PKC$. $\Delta AKE = \Delta KPC$ икәнен исбатлагыз.
2. 12 нче рәсемдә $AB = BC$ һәм $AD = DC$. BD кисемтәсе ABC почмагының биссектрисасы булуын исбатлагыз.



Рәс. 11



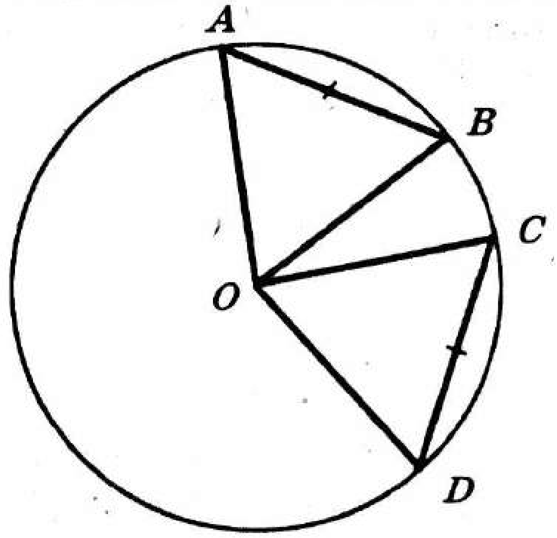
Рәс. 12

М—10

ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларында $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, ә D һәм D_1 нокталары тиңдәшле рәвештә AC һәм A_1C_1 якларында ята, өстәвенә $CD = C_1D_1$. $\Delta BDC = \Delta B_1D_1C_1$ икәнен исбатлагыз. BD һәм B_1D_1 кисемтәләрен чагыштырыгыз.

М—11

1. 13 нче рәсемдә AB һәм CD хордалары тигез. $\angle AOB = \angle COD$ икәнен исбатлагыз.
2. Кисемтә һәм нур сызыгыз. Бирелгән нурда аның башлангычыннан бирелгән кисемтәдән 2 тапкырга озынрак булган кисемтә салыгыз.



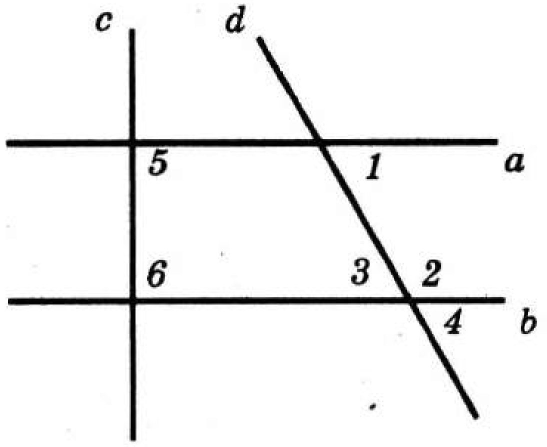
Рәс. 13

М–12

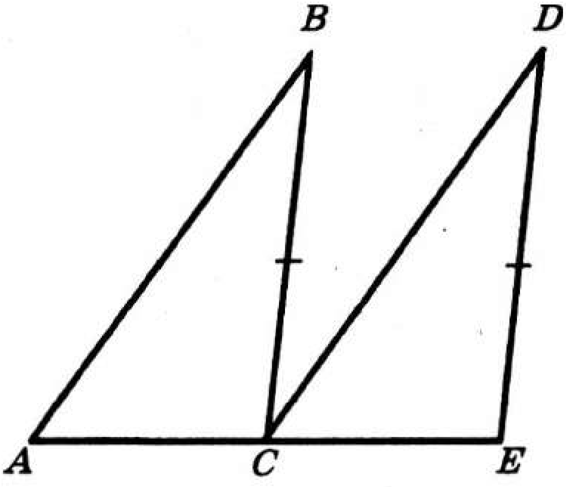
1. Кысынкы ABC һәм MON почмаклары бирелгән. AB ягыннан ABC почмагының тышкы өлкәсенә MON почмагына тигез булган почмак салыгыз.
2. Туры почмак һәм аның биссектрисасын төзегез.

М—13

1. a һәм b турылары параллельме (рәс. 14), әгәр:
   1) $\angle 1 = \angle 3$;
   2) $\angle 1 = \angle 4$;
   3) $\angle 1 + \angle 2 = 180°$;
   4) $\angle 5 = \angle 6 = 90°$ булса?
2. 15 нче рәсемдә $\Delta ABC = \Delta CDE$, $BC = DE$. $AB \parallel CD$ икәнен исбатлагыз.



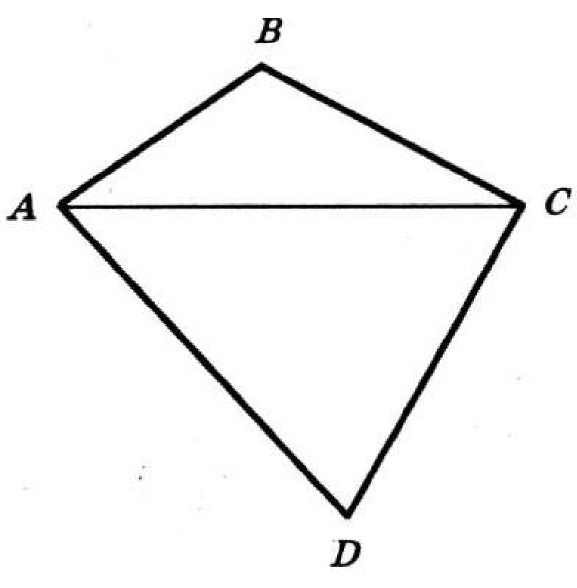
Рәс. 14



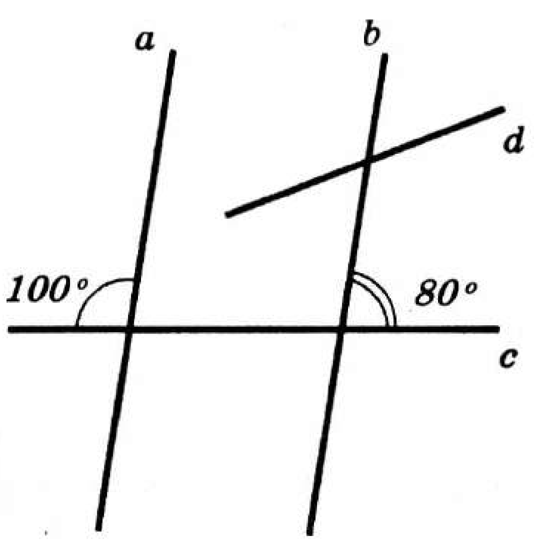
Рәс. 15

М—14

1. Почмаклык һәм сызгыч ярдәмендә B һәм D түбәләре аша (рәс.16) AC га параллель a һәм b турыларын үткәрегез. $a \parallel b$ булырмы? Аңлатыгыз.
2. 17 нче рәсемдә d турысы b турысын кисеп үтә. Бу туры a турысын кисеп үтәрме? Ни өчен?



Рәс. 16



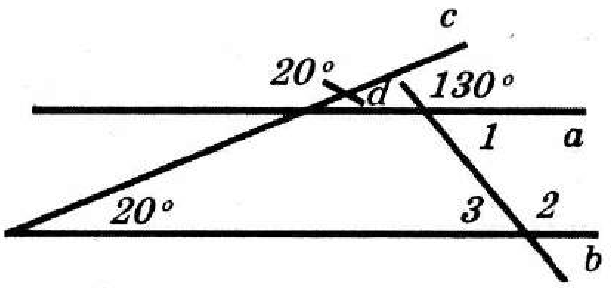
Рәс. 17

М—15

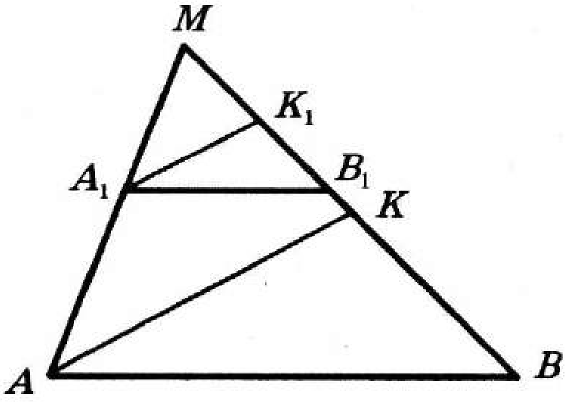
1. Ике параллель туры өченчесе белән кисешкәндә хасил булган эчке якташ почмакларның берсе икенчесеннән 3 тапкырга зуррак. Бу почмаклар күпмегә тигез булыр?
2. Турыпочмаклы ACB өчпочмагы ($\angle C = 90°$) бирелгән, $E \in AC$, $F \in AB$, өстәвенә $EF \parallel CD$, EK — AEF өчпочмагының биссектрисасы. AEK почмагы күпмегә тигез булыр?

М—16

1. 18 нче рәсемдә бирелгәннәрдән файдаланып, 1, 2 һәм 3 почмакларын табыгыз.
2. 19 нчы рәсемдә $A_1B_1 \parallel AB$, A_1K_1 — MA_1B_1 почмагының биссектрисасы, AK — MAB почмагының биссектрисасы. $\angle MA_1K_1 = \angle MAK$ икәнен исбатлагыз. A_1K_1 һәм AK турылары кисешергә мөмкинме?



Рәс. 18



Рәс. 19

М—17

1. Өчпочмакларның почмаклары 60°13′, 69°48′, 50° ка тигез була аламы?
2. Өчпочмакның тышкы почмагы аның белән чиктәш булмаган почмаклардан тиңдәшле рәвештә 60° һәм 50° ка зуррак. Бу өчпочмак кысынкыпочмаклы буламы?

М—18

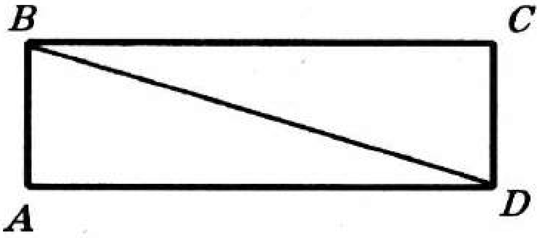
1. ABC һәм MPK өчпочмаклары бирелгән, $AB = MP = 5$ см, $AC = MK = 3$ см, $\angle A = \angle M$. B һәм K почмакларын чагыштырыгыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle A = \angle C$, M — AC ягының уртасы. AMB почмагын табыгыз.

М—19

1. 12 см озынлыктагы чыбыктан ян ягы 3 см булган тигезьянлы өчпочмак бөгеп ясарга буламы?
2. *ABC* өчпочмагының *AB* һәм *AC* якларында *D* һәм *E* ноктлары билгеләнгән, өстәвенә *D* ноктасы — *AB* кисемтәсенең уртасы, *AE* = 12 см, *DE* = 1 см. *AB* кисемтәсенең озынлыгы 27 см га тигез була аламы?

М—20

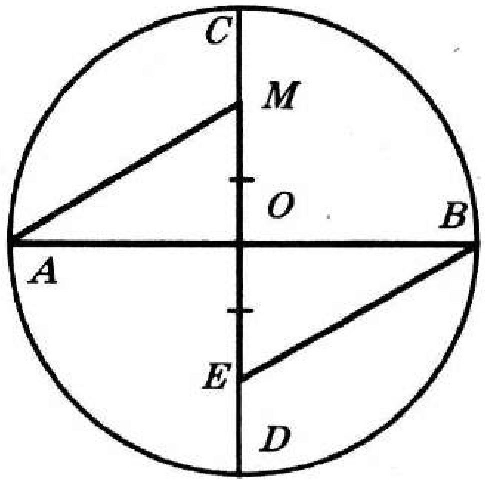
1. 20 нче рәсемдә ∠ *BAD* = ∠ *BCD* = = 90°, ∠ *ADB* = 15°, ∠ *BDC* = 75°. *AB* ∥ *DC* булуын исбатлагыз.
2. *ABC* почмагында ∠ *C* = 60°, ∠ *B* = 90°. BB_1 биеклеге 2 см га тигез. *BA* ны табыгыз.



Рәс. 20

М—21

1. 21 нче рәсемдә әйләнәнең *AB* һәм *CD* диаметрлары перпендикуляр турыларда ята, *MO* = *EO*. *AM* = *BE* булуын исбатлагыз.
2. Җәелмәгән *A* почмагы эчендә *D* ноктасы бирелгән. Бу ноктадан почмакның якларына *DB* һәм *DC* перпендикулярлары үткәрелгән. ∠ *ADB* = ∠ *ADC*. *AD* нуры *A* почмагының биссектрисасы булуын исбатлагыз.



Рәс. 21

М—22

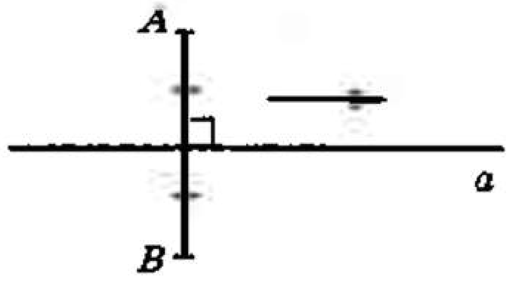
1. Ике параллель туры *a* һәм *b* бирелгән. *a* турысында *A* һәм *B* нокталары бирелгән, алардан *b* турысына *AC* авышмасы һәм *BD* перпендикуляры үткәрелгән. *AC* һәм *BD* кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. *ABC* өчпочмагында ∠ *C* = 30°, *AC* = 10 см, *BC* = 8 см. *A* түбәсе аша *BC* га параллель булган *a* турысы үткәрелгән. Табыгыз:

   а) *B* ноктасыннан *AC* турысына кадәрге ераклыкны;

   б) *a* һәм *BC* турысы арасындагы ераклыкны.

М—23*

1. Ниндидер *a* турысы буенча *AB* кисемтәсенең уртасы *AB* һәм *a* турылары теләсә нинди вакыт моментында үзара перпендикуляр булырлык итеп күчә (рәс. 22). *A* һәм *B* нокталарының күчешеннән хасил булган фигура нәрсәдән гыйбарәт?



Рәс. 22

2. Җәелмәгән *ABC* почмагы һәм *QP* кисемтәсе бирелгән. *ABC* почмагының *BA* ягында *BC* турысыннан *QP* ераклыгына ераклашкан ноктаны төзегез.

М—24

1. *MPK* өчпочмагы бирелгән. $\angle A = \angle M$, $AB = MP$, $AC = 2MK$ булган *ABC* өчпочмагы төзегез.
2. Бирелгән кисемтәдән ягы ике тапкырга кимрәк булган тигезьянлы өчпочмак төзегез.

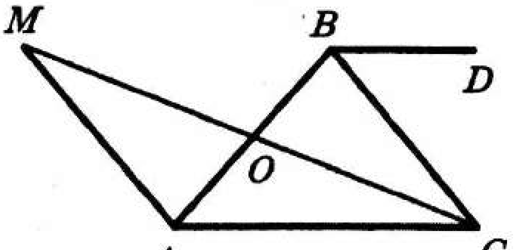
М—25*

1. Ян ягы һәм нигезенә үткәрелгән медианасы буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.
2. *ABC* өчпочмагы бирелгән. $MP = 2AB$, $\angle M = \angle A$, ә *KE* биеклеге *ABC* өчпочмагының *CD* биеклегенә тигез булган *MPK* өчпочмагы төзегез.

М—26

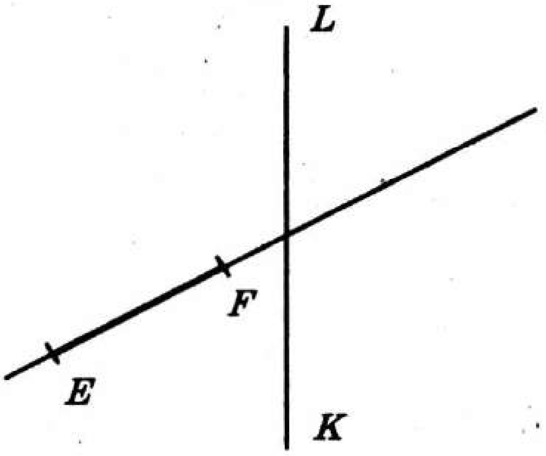
23 нче рәсемдә $\angle BAC = 50°$, $\angle ABC = 80°$, $\angle DBC = 50°$, *O* ноктасы — *AB* һәм *MC* кисемтәләренең уртасы.

1) *ABC* өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.
2) *BD* һәм *AC* турыларының кисешмәвен исбатлагыз.
3) $\angle MAB$ ын табыгыз.
4) *AM* һәм *AC* кисемтәләрен чагыштырыгыз.



Рәс. 23

2 нче ВАРИАНТ



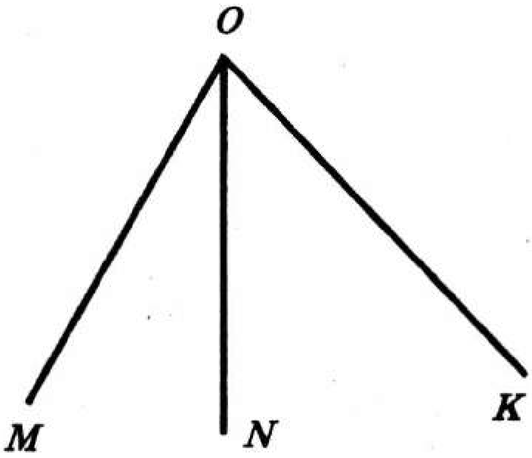
Рәс. 24

М—1 (Рәс. 24)

1. *KL* турысы *EF* кисемтәсен кисеп үтәме?
2. *KL* турысы *EF* турысын кисеп үтәме?
3. *EF* турысында яткан, ләкин *KL* турысында ятмаган *A* ноктасын билгеләгез.
4. Бер ук вакытта *EF* кисемтәсендә һәм *LK* турысында яткан нокталар буламы?

М—2

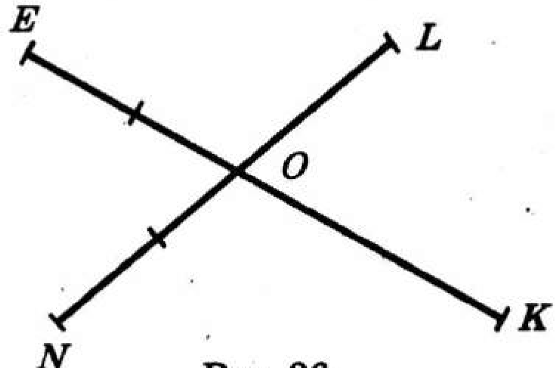
1. 1) 25 нче рәсемдә башлангычы *O* ноктасында булган ничә нур сурәтләнгән?
   2) Бу рәсемдә ничә почмак сурәтләнгән?
   3) *OA* нурын *AON* почмагы җәелгән булырлык итеп сызыгыз.
2. Почмак сызыгыз. а) Барлык нокталары почмакның эчке өлкәсендә яткан; б) барлык нокталары почмакның тышкы өлкәсендә яткан; в) нокталарының бер өлеше почмакның эчке өлкәсендә яткан кисемтә сызыгыз.



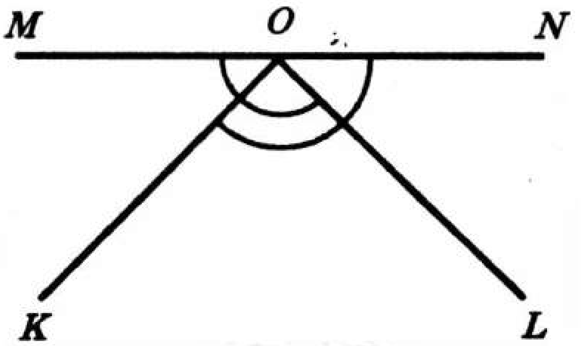
Рәс. 25

М—3

1. 26 нчы рәсемдә $EO = NO$, $OK > OL$. *EK* һәм *NL* кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. 27 нче рәсемдә $\angle MOL = \angle KON$. Рәсемдә тагын тигез почмаклар бармы?



Рәс. 26



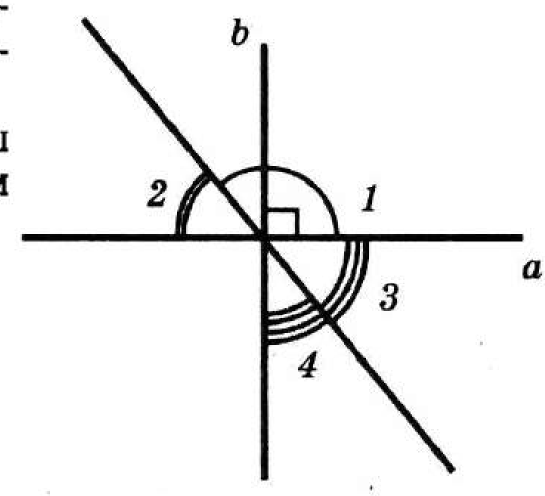
Рәс. 27

М—4

1. *A, B* һәм *C* нокталары *a* турысында ята, өстәвенә $AB = 5{,}7$ м, $BC = 730$ см. *AC* кисемтәсенең озынлыгы дециметрларда нинди булыр?
2. $\angle AOB = 120^\circ$. *OC* нурын *AOC* почмагы 60° ка тигез булырлык итеп үткәрегез (ике очракны карагыз).
   1) *COB* почмагы күпмегә тигез?
   2) *COB* почмагы нинди: кысынкымы, җәенке яки җәелгәнме?
   3) *OC* нуры *AOB* почмагының биссектрисасы буламы?

М—5

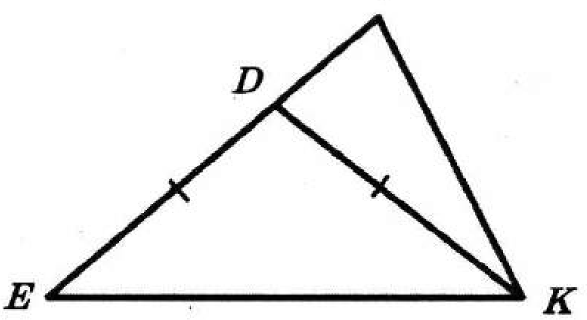
1. Чиктәш почмакларның берсе икенчесеннән 40° ка зуррак. Бу почмакларны табыгыз.
2. 28 нче рәсемдә *a* һәм *b* турылары перпендикуляр, $\angle 1 = 130^\circ$. 2, 3 һәм 4 почмакларын табыгыз.



Рәс. 28

М—6

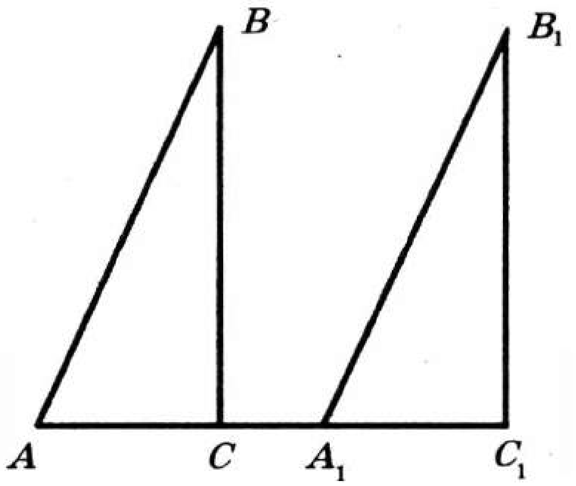
1. $\Delta APC = \Delta MFB$, $\angle P = \angle M$, $FB = 17$ см. *AC* ны табыгыз.
2. 29 нчы рәсемдә $ED = DK$. *DFK* һәм *EFK* почмакларының периметрларын чагыштырыгыз.



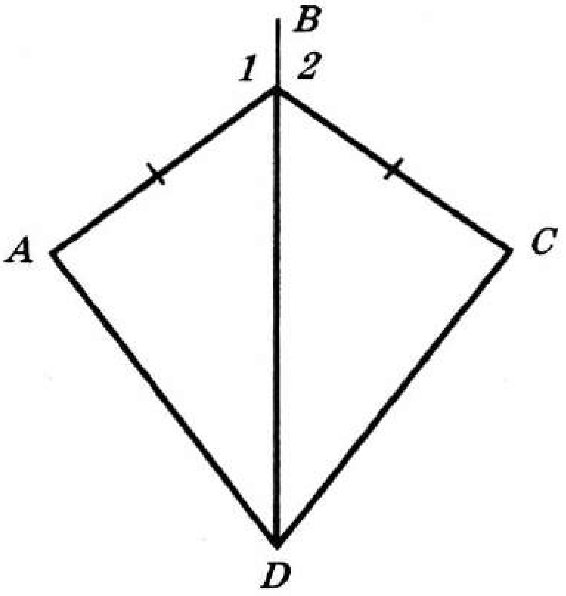
Рәс. 29

М—7

1. 30 нчы рәсемдә $AA_1 = CC_1$, $BC = B_1C_1$. $BC \perp AC$, $B_1C_1 \perp A_1C_1$. $\Delta ACB = \Delta A_1C_1B_1$ икәнен исбатлагыз.
2. 31 нче рәсемдә $\angle AB = \angle BC$, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle ADB = \angle CBD$ икәнен исбатлагыз.



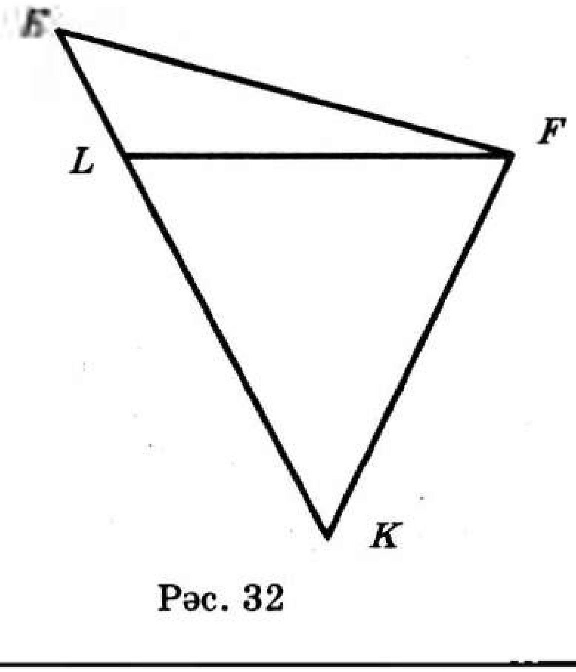
Рәс. 30



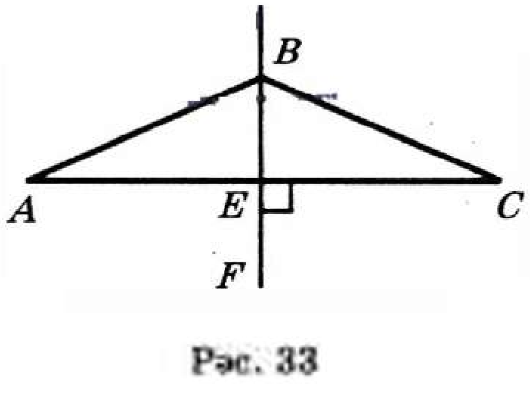
Рәс. 31

М—8

1. 32 нче рәсемдә сурәтләнгән барлык өчпочмаклар өчен уртак биеклекне үткәрегез. Кайсы өчпочмаклар өчен бу биеклек өчпочмак эчендә ята?
2. 33 нче рәсемдә $AB = BC$, $\angle FEC = 90°$, $\angle AE = 10$ дм, $\angle ABC = 130°30'$. AC ны һәм $\angle EBC$ ын табыгыз.



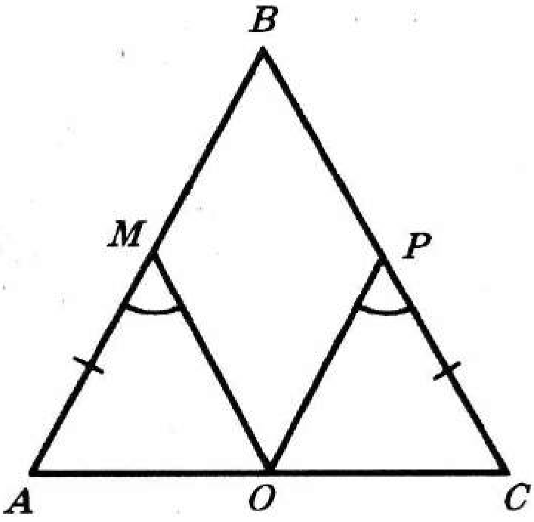
Рәс. 32



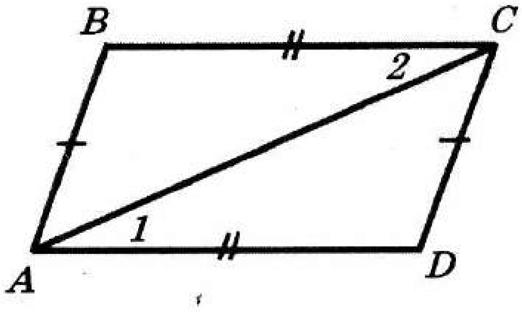
Рәс. 33

М—9

1. 34 нче рәсемдә $AB = BC$, $MA = PC$. $\angle AMO = \angle OPC$. $\Delta AMO = \Delta OPC$ икәнен исбатлагыз.
2. 35 нче рәсемдә $AB = CD$, $BC = AD$. $\angle 1 = \angle 2$ икәнен исбатлагыз.



Рәс. 34



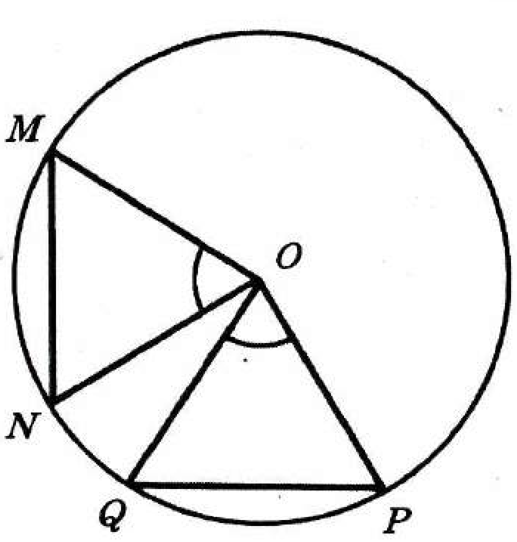
Рәс. 35

М—10

ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларында $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$. D һәм D_1 нокталары AC һәм A_1C_1 якларында ята, $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$. $\Delta BDC = \Delta B_1D_1C_1$ икәнен исбатлагыз. BDC һәм $B_1D_1C_1$ почмакларын чагыштырыгыз.

М—11

1. 36 нчы рәсемдә $\angle MON = \angle QOP$. MN һәм QP хордаларының тигез булуын исбатлагыз.
2. Бирелгән турыда, нокталар арасындагы ераклык бирелгән кисемтәдән ике тапкыр зуррак булырлык итеп, ике нокта билгеләгез.



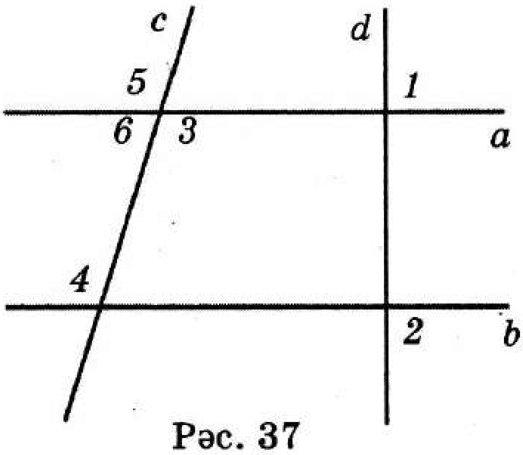
Рәс. 36

М—12

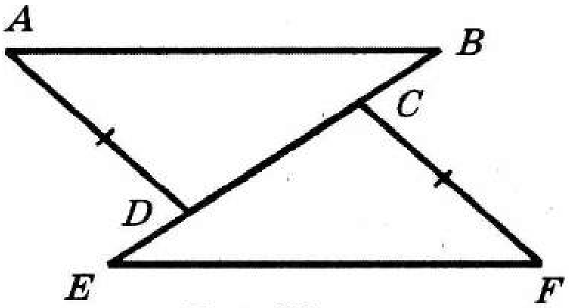
1. Кысынкы *MNK* почмагы һәм җәенке *ABC* почмагы бирелгән. *AB* ягыннан *ABC* өчпочмагының эчке өлкәсенә *MNK* почмагына тигез булган почмак салыгыз.
2. Бирелгән ике кисемтәнең урталарын тоташтыручы кисемтә сызыгыз.

М—13

1. 37 нче рәсемдәге *a* һәм *b* турылары параллельме, әгәр:
   1) $\angle 1 = \angle 2 = 90°$;
   2) $\angle 3 = \angle 4$;
   3) $\angle 4 = \angle 5$;
   4) $\angle 4 + \angle 6 = 180°$ булса?
2. 38 нче рәсемдә $\Delta ABD = \Delta ECF$, $AD = CF$. $AB \parallel EF$ булуын исбатлагыз.



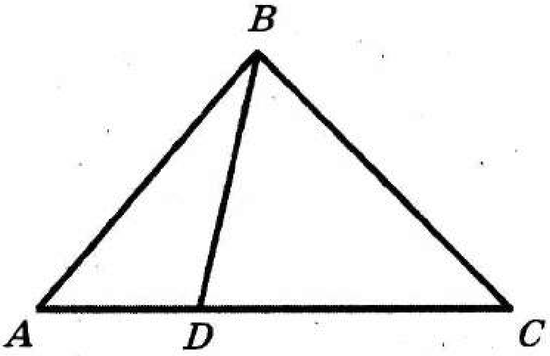
Рәс. 37



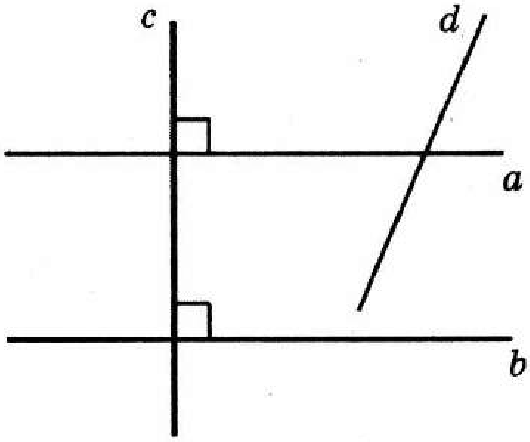
Рәс. 38

М—14

1. Почмаклык һәм сызгыч ярдәмендә *A* һәм *C* нокталары аша *BD* га параллель булган *m* һәм *n* турыларын үткәрегез (рәс. 39). $m \parallel n$ булырмы? Җавапны аңлатыгыз.
2. 40 нче рәсемдә $a \perp c$ һәм $b \perp c$. *d* турысы *a* турысын кисеп үтә. Бу туры *b* турысын кисеп үтәрме? Ни өчен?



Рәс. 39



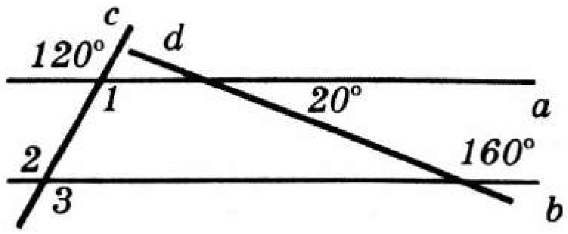
Рәс. 40

М—15

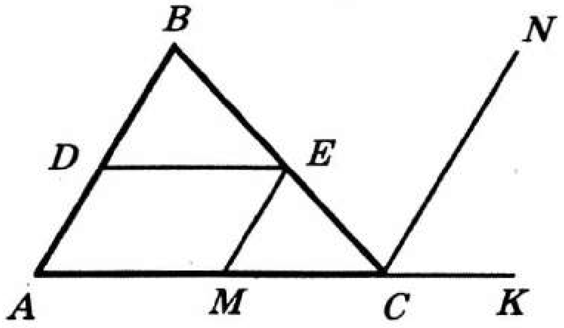
1. Ике параллель туры өченчесе белән кисешкәндә хасил булган эчке берьяклы почмакларның берсе икенчесеннән 64° ка зуррак. Бу почмаклар күпмегә тигез булыр?
2. Турыпочмаклы MEF ($\angle E = 90^\circ$) өчпочмагы бирелгән, $C \in ME$, $D \in MF$, өстәвенә $CD \parallel EF$, $K \in MD$, $\angle KCD = 40^\circ$. MCK почмагы күпмегә тигез?

М—16

1. 41 нче рәсем бирелгәннәре буенча 1, 2 һәм 3 почмакларын табыгыз.
2. 42 нче рәсемдә $DE \parallel AC$, EM — DEC почмагының биссектрисасы, CN — BCK почмагының биссектрисасы. $\angle MEC = \angle ECN$ булуын исбатлагыз. ME һәм CN турыларының уртак нокталары бармы?



Рәс. 41



Рәс. 42

М—17

1. Өчпочмакның тышкы почмагы 150° ка тигез. Аның ике почмагы $90^\circ31'$ һәм $58^\circ42'$ ка тигез була аламы?
2. Өчпочмакның беренче почмагы икенчесеннән 30° ка зуррак. Бу өчпочмак турыпочмаклы буламы?

М—18

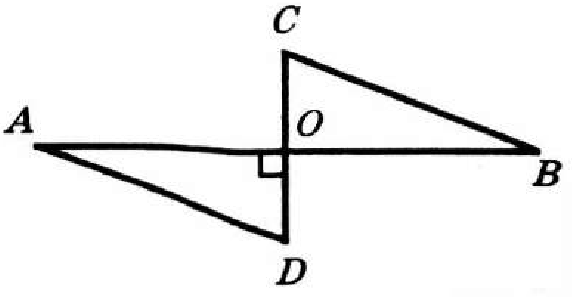
1. ABC һәм MPK өчпочмаклары бирелгән, $AC = MK$, $\angle A = \angle M = 60^\circ$, $\angle C = \angle K = 50^\circ$. AB һәм PK ны чагыштырыгыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle A = \angle B$, CE — биссектриса, AE һәм BE кисемтәләрен чагыштырыгыз.

М—19

1. 15 см озынлыктагы чыбыктан нигезе 8 см булган тигезьянлы өчпочмак бөгеп ясарга буламы?
2. *ABC* өчпочмагының *AB* ягы дәвамында *B* түбәсе артында *D* ноктасы билгеләнгән, *AC* = 18 см, *BC* = 5 см. *AD* кисемтәсе 12 см га тигез була аламы?

М—20

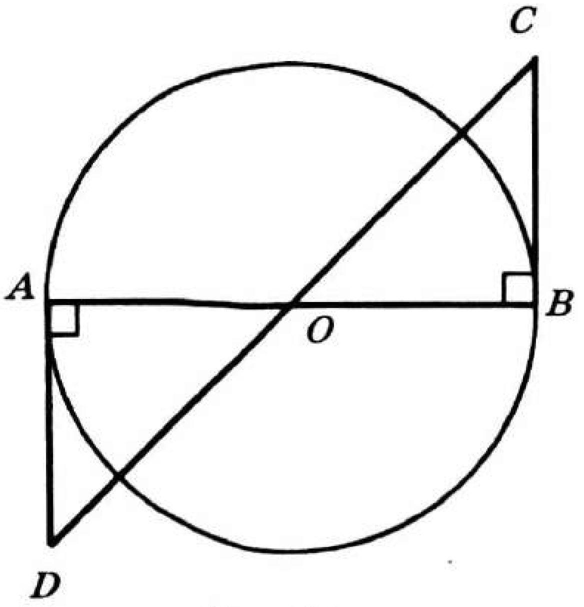
1. 43 нче рәсемдә $\angle AOD = 90°$, $\angle OAD = 20°$, $\angle OCB = 70°$. $AD = CB$ булуын исбатлагыз.
2. *ABC* почмагында $\angle C = 90°$, CC_1 — биеклек, $CC_1 = 5$ см, $BC = 10$ см. *CAB* почмагын табыгыз.



Рәс. 43

М—21

1. 44 нче рәсемдә *O* — әйләнәнең үзәге. *AB* кисемтәсенең очлары аша *AB* турысына перпендикуляр булган *AD* һәм *BC* турылары үткәрелгән. $\angle ADO = \angle OCB$ булуын исбатлагыз.
2. Ике турыпочмаклы *ABC* һәм *ABD* өчпочмакларының уртак *AB* гипотенузасы бар, һәм алар аннан төрле якта яталар. $AD = BC$ булуы билгеле. $\angle CAB = \angle DBA$ икәнен исбатлагыз.



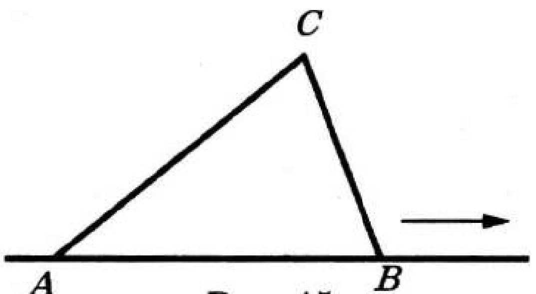
Рәс. 44

М—22

1. *a* турысыннан төрле якта һәм аннан тигез ераклыкта урнашкан *A* һәм *B* нокталары бирелгән. *A* ноктасыннан *a* турысына *AC* авышмасы, ә *B* ноктасыннан *BD* перпендикуляры үткәрелгән. *AC* һәм *BD* кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. *MKP* өчпочмагында *MP* ягы 20 см га тигез. *K* ноктасыннан *MP* турысына кадәр ераклык $\frac{1}{2}$ *KP* га тигез. *M* ноктасы аша *KP* турысына параллель булган *x* турысы үткәрелгән.
   а) *MPK* почмагын;
   б) *x* һәм *KP* турылары арасындагы ераклыкны табыгыз.

М—23*

1. ABC өчпочмагының AB ягы шул якта яткан ниндидер туры буйлап күчә (рәс. 45). C түбәсе хасил иткән фигура нәрсәдән гыйбарәт?



Рәс. 45

2. ABC өчпочмагы һәм BC ягында ятучы M ноктасы бирелгән. AC турысыннан M ноктасы нинди ераклыкта урнашкан булса, AB ягында шул ераклыкта урнашкан нокта төзегез.

М—24

1. MPK өчпочмагы бирелгән. $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle K$, $AB = 2MK$ булган ABC өчпочмагы төзегез.
2. Ян ягы бирелгән кисемтәгә тигез, ә нигезе ян ягыннан 2 тапкырга кечерәк булган тигезьянлы өчпочмак төзегез.

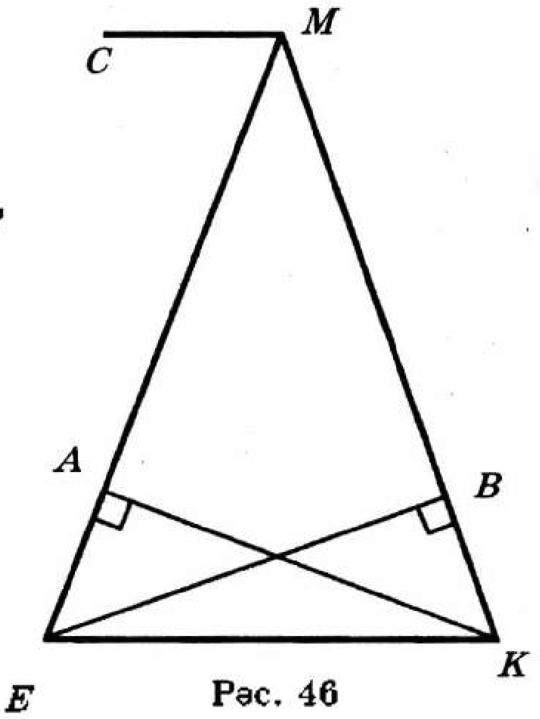
М—25*

1. Нигезенә үткәрелгән биссектрисасы һәм нигезенә каршы ятучы почмак буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.
2. MKP өчпочмагы бирелгән. $AB = MK$, $AC = 2MP$, CD биеклеге MPK өчпочмагының PE биеклегенә тигез булган ABC өчпочмагы төзегез.

М—26

46 нчы рәсемдә $\angle EMK = 40°$, $\angle MKE = 70°$, MC һәм EK турыларының уртак нокталары юк, BE һәм KA кисемтәләре EMK өчпочмагының биеклекләре була.

1) EMK өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.
2) CME почмагын табыгыз.
3) $KA = BE$ булуын исбатлагыз.
4) MB һәм AK кисемтәләрен чагыштырыгыз.

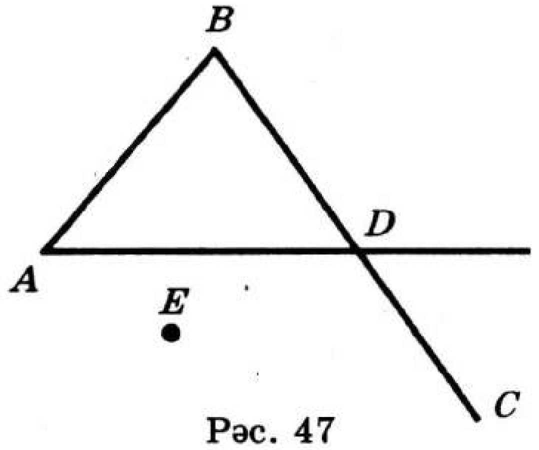


Рәс. 46

3 нче ВАРИАНТ

М—1 (Рәс. 47)

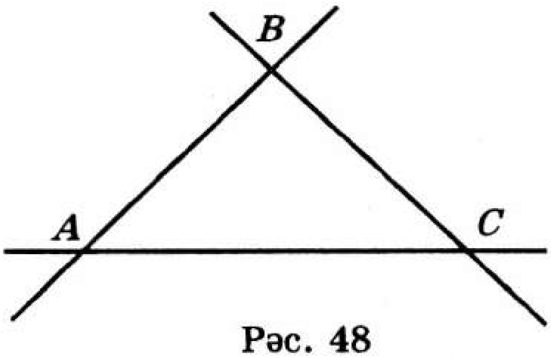
1. Очлары *A*, *B*, *C* һәм *D* нокталарында булган ничә төрле кисемтә бар?
2. *AB* һәм *CD* турылары кисешәме?
3. *B* һәм *C* нокталары арасында кайсы нокта ята: *A* мы яки *D* мы?
4. *AD* турысында яткан, ләкин *BC* кисемтәсендә ятмаган *M* ноктасын билгеләгез.
5. *AB* һәм *BC* турыларын кисүче, ләкин *AD* кисемтәсен кисмәүче, *E* ноктасы аша үтүче туры үткәрегез.



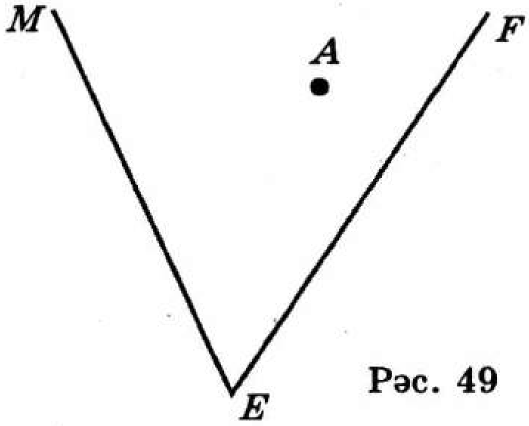
Рәс. 47

М—2

1. 1) 48 нче рәсемдә ничә җәелмәгән һәм ничә җәелгән почмак сурәтләнгән?
   2) Башлангычлары *B* ноктасында булган һәм берсе *AC* нурын кисеп, ә икенчесе аны кисмичә үткән нурлар үткәрегез.
2. *MEF* почмагы һәм аның эчке өлкәсендә яткан *A* ноктасы бирелгән (рәс.49). Башлангычы *E* ноктасында булган нур үткәрегез, өстәвенә *A* ноктасы хасил булган ике почмакның эчке өлкәләрендә ятмасын.



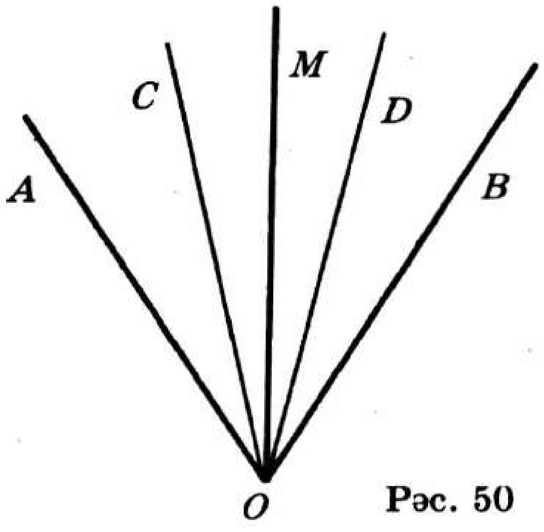
Рәс. 48



Рәс. 49

М—3

1. *a* турысында *A* ноктасыннан бер үк юнәлештә ике кисемтә *AB* һәм *AC* ($AC > AB$) салынган. Бу турыда, $AC = BE$ булырлык итеп, *CE* кисемтәсе салыгыз. *CE* кисемтәсе озынлыгы турында нәрсә әйтә аласыз?
2. $\angle AOC = \angle BOD$, OM — $\angle AOB$ ның биссектрисасы. OM — $\angle COD$ ның биссектрисасы булуын исбатлагыз.



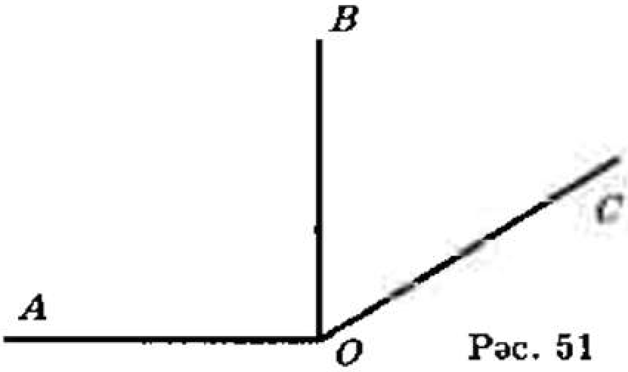
Рәс. 50

М—4

1. 8 дм га тигез булган MN кисемтәсендә, MN кисемтәсенең уртасы C ның төрле ягында, A һәм B нокталары ята, $CA = 7$ см, $CB = 0,24$ м. AN һәм BN кисемтәләренең озынлыгын дециметрларда табыгыз.
2. $\angle AOB = 80°$. OC нуры бу почмакны, $\angle AOC = 4\angle COB$ булырлык итеп, ике почмакка бүлә.
   1) Бу почмакларны табыгыз. 2) OD нуры DOB почмагының биссектрисасы булганда, DOB почмагын табыгыз. Бу почмак нинди була: кысынкымы яисә җәенкеме?

М—5

1. O ноктасынннан OA, OB һәм OC нурлары үткәрелгән, өстәвенә $OB \perp OA$ (рәс. 51). AOB һәм BOC почмакларының биссектрисалары хасил иткән почмак $75°$ ка тигез. AOB, BOC һәм AOC почмакларын табыгыз.

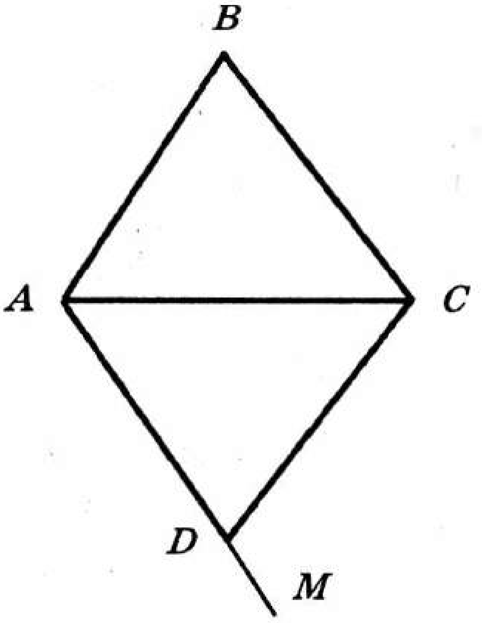


Рәс. 51

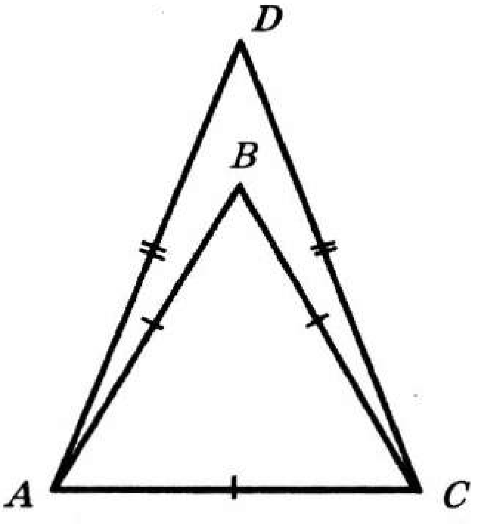
2. Ике туры кисешкәндә җәелгән почмактан кечерәк дүрт почмак хасил булган. Бу почмакларның берсе икенчесенең яртысыннан $60°$ ка зуррак булса, әлеге почмакларны табыгыз.

М—6

1. $\Delta ABC = \Delta ADC$, $\angle ABC = 70°$ (рәс. 52). MDC почмагын табыгыз.
2. 53 нче рәсемдә $AB = BC = AC$, $AD = CD$. ABC өчпочмагының периметры 36 см га тигез, ә ADC өчпочмагының периметры 40 см. Бу өчпочмакларның озынлыгын табыгыз.



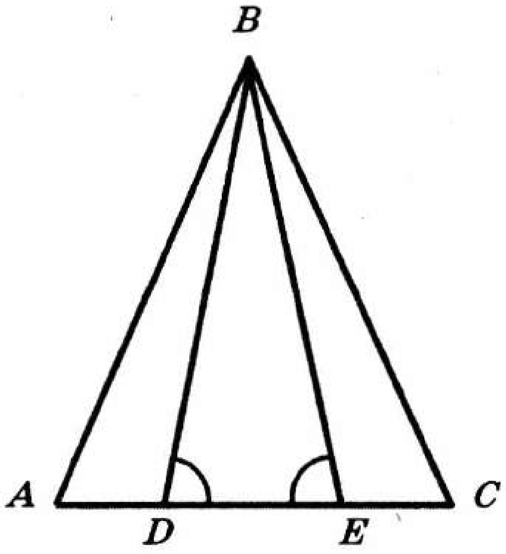
Рәс. 52



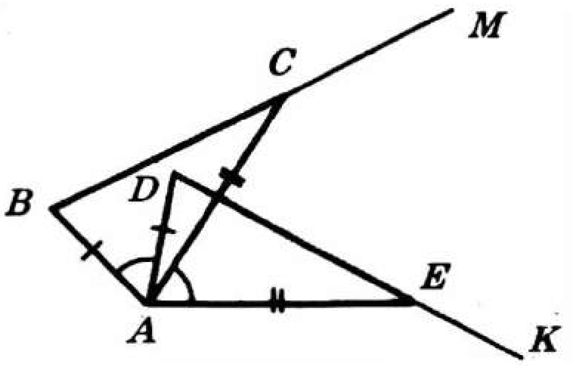
Рәс. 53

М—7

1. 54 нче рәсемдә $\angle BDC = \angle BEA$, $AD = EC$, $BD = BE$. $\Delta ABD =$ $= \Delta BEC$ икәнен исбатлагыз. $\angle BCE = 40^\circ$ булса, $\angle BAD$ күпмегә тигез?
2. 55 нче рәсемдә $AB = AD$, $AC = AE$ һәм $\angle BAD = \angle CAE$. BC һәм DE кисемтәләре, MCA һәм KEA почмаклары тигезме?



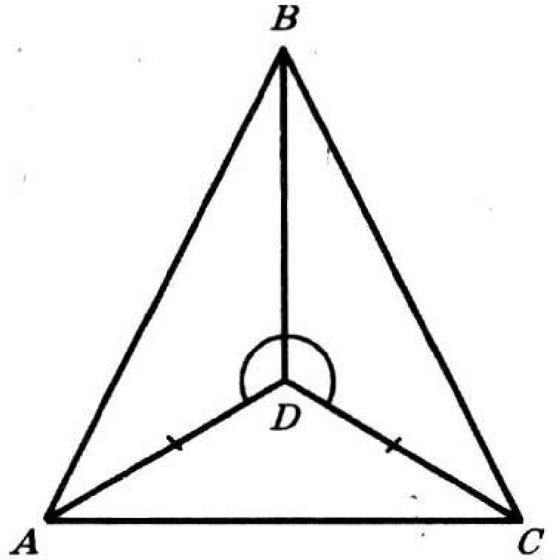
Рәс. 54



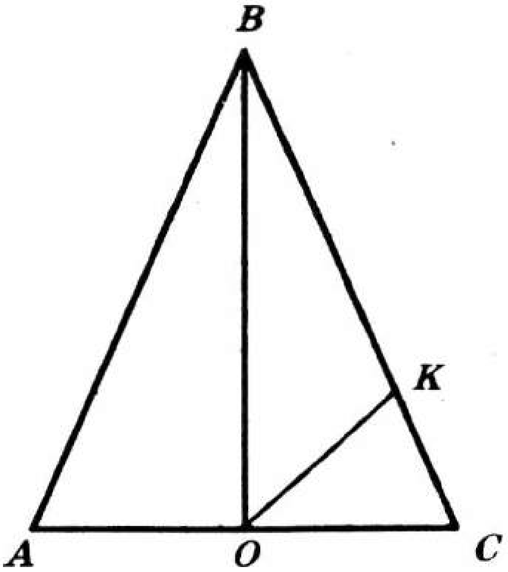
Рәс. 55

М—8

1. 56 нчы рәсемдә $\angle ADB = \angle CDB$, $AD = DC$. $\angle BAC = \angle BCA$ һәм $BD \perp AC$ булуын исбатлагыз.
2. 57 нче рәсемдә $AB = BC$ һәм $AO = OC$, OK — BOC почмагының биссектрисасы. AOK почмагын табыгыз.



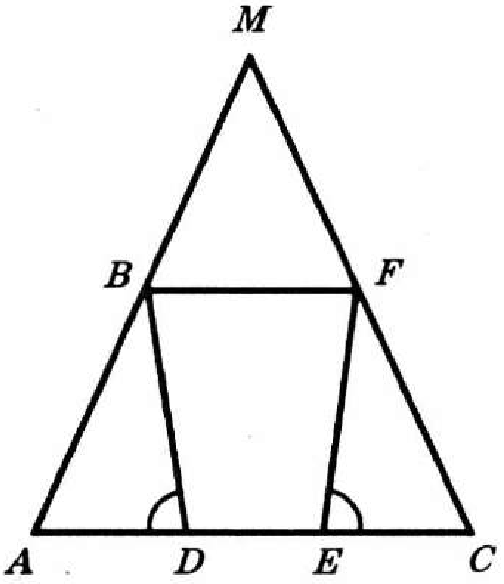
Рәс. 56



Рәс. 57

M—9

1. 58 нче рәсемдә $AM = MC$, $AE = DC$, $\angle BDA = \angle FEC$. $AB = FC$ булуын исбатлагыз.
2. AC ягында, нигез буларак, аның бер ягында ике тигезьянлы ABC һәм AMC өчпочмаклары төзелгән. BM турысы AC ягын аның уртасыннан кисеп үтүен исбатлагыз.



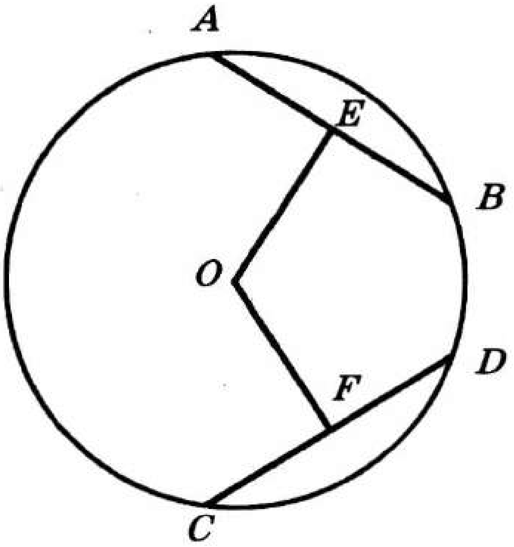
Рәс. 58

M—10

Нигезе AC булган тигезьянлы ABC өчпочмагы бирелгән. D һәм E нокталары тиңдәшле рәвештә AB һәм BC якларында ята, $AD = CE$. AE ны DC турысы O ноктасында кисеп үтә. AOC өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.

M—11

1. 59 нчы рәсемдә $AB = CD$, E һәм F нокталары — AB һәм CD хордаларының уртасы. $OE = OF$ булуын исбатлагыз.
2. Бирелгән M ноктасы аша уззучы һәм үзәге бирелгән a турысында ятучы ($M \notin a$) бирелгән радиус белән әйләнә төзегез.



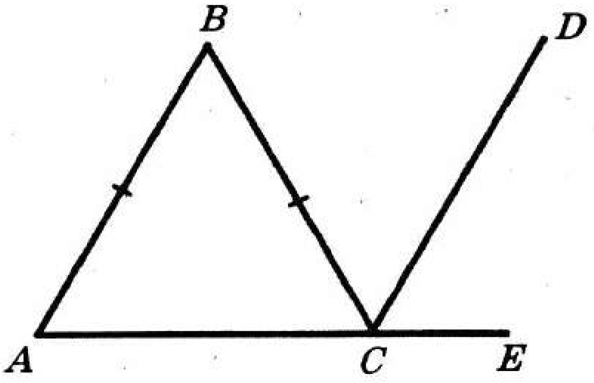
Рәс. 59

M—12

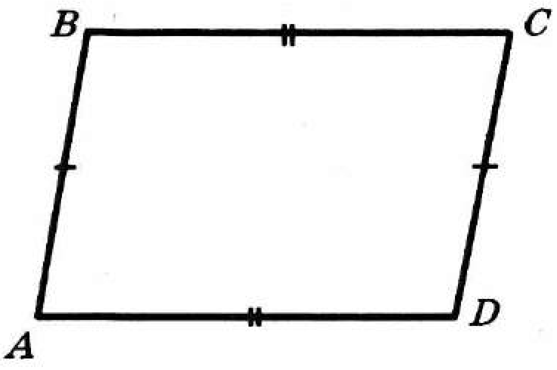
1. Кысынкыпочмаклы ирекле ABC өчпочмагы төзегез һәм бу өчпочмакның BD биеклеге белән AL биссектрисасының кисешү ноктасын төзегез.
2. Бирелгән нурдан бирелгән почмакның $\frac{1}{4}$ енә тигез булган почмак салыгыз.

M—13

1. 60 нчы рәсемдә $AB = BC$, $\angle A = 60^\circ$, CD — BCE почмагының биссектрисасы. $AB \parallel CD$ булуын исбатлагыз.
2. 61 нче рәсемдә $AB = CD$ һәм $BC = AD$. $BC \parallel AD$ булуын исбатлагыз.



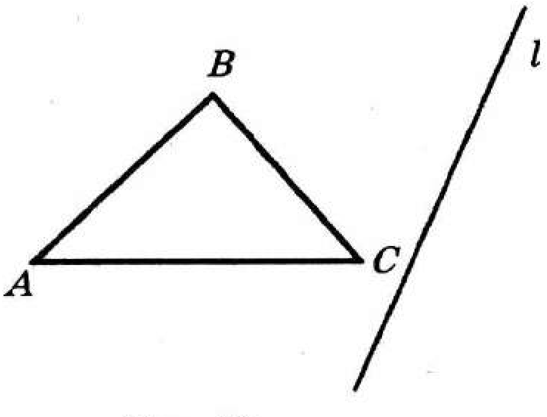
Рәс. 60



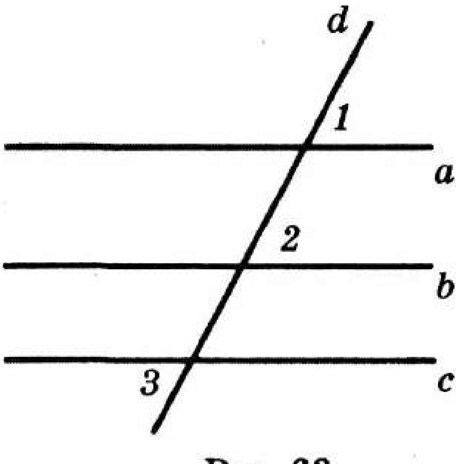
Рәс. 61

M—14

1. Почмаклык һәм сызгыч ярдәмендә A, B һәм C түбәләре аша l турысына параллель булган a, b һәм c турылары үткәрегез. Бу турылар үзара параллель буламы? AC турысы l турысын кисеп үтәме? Җавапны аңлатыгыз (рәс. 62).
2. 63 нче рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$. $a \parallel c$ булуын исбатлагыз.



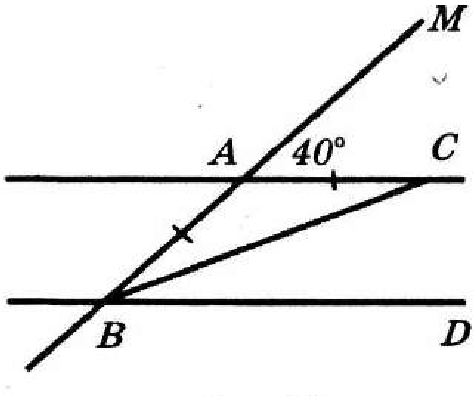
Рәс. 62



Рәс. 63

M—15

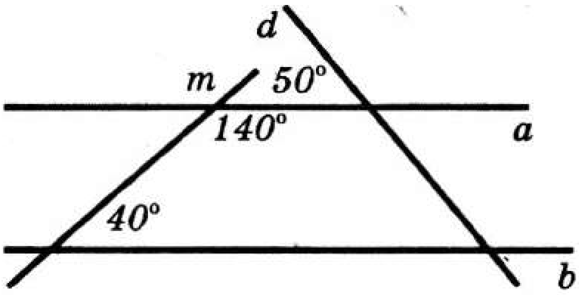
1. 64 нче рәсемдә $AC \parallel BD$ һәм $AC = AB$, $\angle MAC = 40^\circ$. $\angle CBD$ ын табыгыз.
2. CD һәм AB кисемтәләре, $AO = OB$, $AC \parallel DB$ булырлык итеп, O ноктасында кисешә, $\Delta AOC = \Delta DOB$ булуын исбатлагыз.



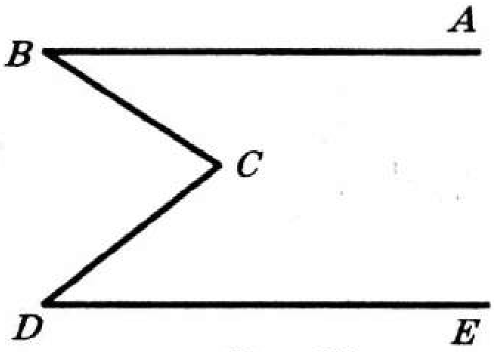
Рәс. 64

М—16

1. d турысы a һәм b турылары белән кисешкәндә хасил булган почмакларның берсе 50° ка тигез (рәс. 65). Калган җиде почмакның берсе 20° ка тигез була аламы? Ни өчен?
2. 66 нчы рәсемдә $BA \parallel DE$. $\angle BCD = \angle B + \angle D$ икәнен исбатлагыз.



Рәс. 65



Рәс. 66

М—17

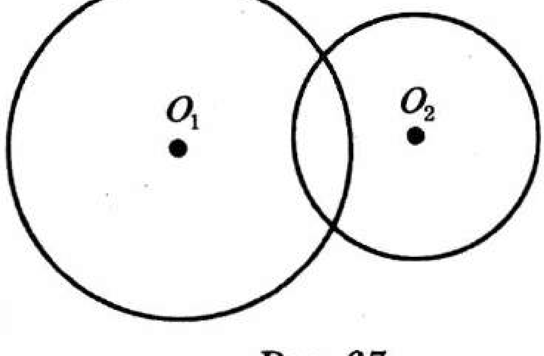
1. ABC өчпочмагында $AB = BC$, $\angle B = 80°$. A һәм C почмакларының биссектрисалары M ноктасында кисешәләр. AMC почмагын табыгыз.
2. ABC өчпочмагында C почмагы 15° ка тигез. AC ягында D ноктасы $\angle ABD = 12°$, $\angle ADB = 80°$ булырлык итеп билгеләнгән. ABC өчпочмагының турыпочмаклы булуын исбатлагыз.

М—18

1. ABC өчпочмагында $\angle C = 90°$. M ноктасы AC ягында ята. $BC < BM < AB$ икәнен исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $AB = BC$. AC һәм BC якларының дәвамында C түбәсе артында тиңдәшле рәвештә D һәм E нокталары билгеләнгән. $DE \parallel AB$ булуы билгеле. CDE өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.

М—19

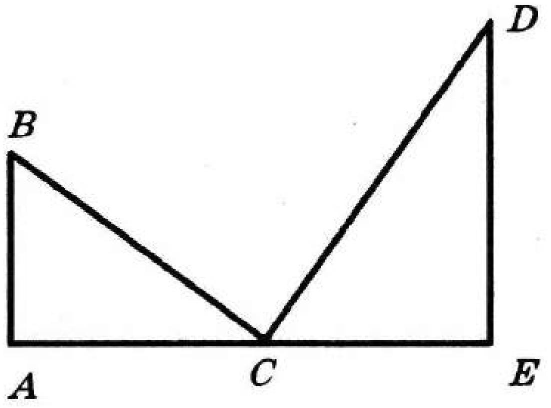
1. Ике әйләнәнең үзәкләре арасындагы ераклык 10 см га тигез (рәс. 67). Үзәге O_1дә булган әйләнәнең радиусы 5 см га тигез булуы, ә үзәге O_2 дә булган әйләнәнең радиусы 3 см га тигез булуы мөмкинме?
2. ABD һәм BCD өчпочмаклары BD турысының төрле якларында урнашкан, $\angle ABD = \angle BDC$, $\angle ADB = \angle DBC$. $BD + BC > AB$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 67

М—20

1. 68 нче рәсемдә $\angle BAC = \angle DEC = 90°$, $\angle ABC = 55°$, $\angle CDE = 35°$. $BC \perp CD$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle C = 90°$, B түбәсе янындагы тышкы почмак $150°$ ка тигез. AA_1 — биссектриса, $AA_1 = 20$ см. A_1C ны табыгыз.



Рәс. 68

М—21

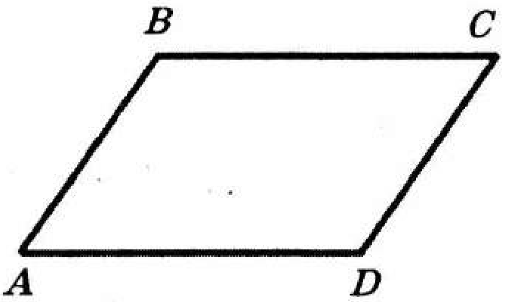
1. ABC өчпочмагының AB һәм BC якларында тиңдәшле рәвештә D һәм E нокталары билгеләнгән. Бу нокталардан AC турысына DK һәм EP перпендикулярлары үткәрелгән, өстәвенә $AK = PC$ һәм $DK = PE$. $AB = BC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмаклары тигез, өстәвенә $BC = B_1C_1$, $BA = B_1A_1$. Өчпочмакларның BD һәм B_1D_1 биеклекләренең тигез булуын исбатлагыз.

М—22

1. A ноктасыннан ниндидер турыга ике авышма AB һәм AC һәм, D ноктасы BC кисемтәсендә ятарлык итеп, AD перпендикуляры үткәрелгән, $\angle DAC = 45°$. AB һәм DC кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. AB кисемтәсенең A һәм B очлары аша тиңдәшле рәвештә параллель a һәм b турылары үткәрелгән. AB һәм b турылары перпендикуляр түгел. C — AB кисемтәсенең уртасы.
   а) C ноктасы a һәм b турыларыннан тигез ераклыкта ятуын исбатлагыз.
   б) C ноктасыннан a һәм b турыларына кадәрге ераклыкларның суммасы бу турылар арасындагы ераклыкка тигез булуын исбатлагыз.

М—23*

1. 69 нчы рәсемдә A һәм B нокталары CD турысыннан, ә A һәм D нокталары BC турысыннан тигез ераклыкта урнашкан. $AB = CD$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 69

2. a турысы, бу турыда ятмаучы A ноктасы, һәм A ноктасыннан a турысына төшерелгән перпендикулярдан зуррак булган OP кисемтәсе бирелгән. a турысыннан һәм A ноктасыннан OP кисемтәсенә тигез ераклыкта урнашкан нокталарны төзегез.

М—24

1. Җәелмәгән почмак һәм кисемтә бирелгән. Бер ягы икенчесеннән 2 тапкырга зуррак һәм бирелгән кисемтәгә тигез булган, ә бу яклар арасындагы почмак бирелгән почмакка тигез булган өчпочмак төзегез.
2. Нигезе һәм тигез булмаган ике ягының аермасы буенча кысынкыпочмаклы өчпочмак төзегез.

М—25

1. Катеты һәм икенче катетка үткәрелгән медиана буенча турыпочмаклы өчпочмак төзегез.
2. Нигезе һәм бу нигезгә каршы ятучы почмак буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

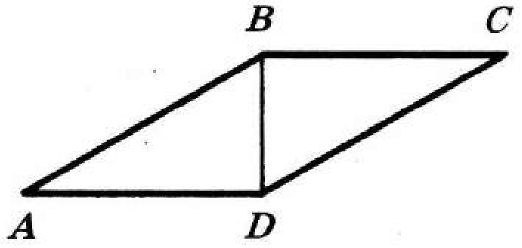
М—26

70 нче рәсемдә $\angle ADB = \angle DBC = 90°$, $AD = BC$, $\angle ABD = 60°$.

1) AD һәм BC турыларының кисешмәвен исбатлагыз.

2) $BD = 4$ булса, AD кисемтәсенең озынлыгы нинди бөтен саннар арасында чикләнгән булыр?

3) DE — ADB өчпочмагының медианасы булса, AED өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.

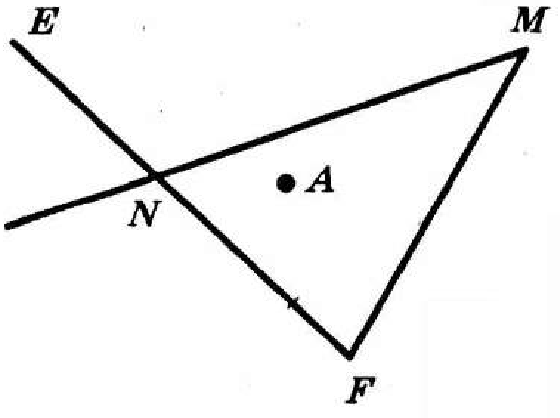


Рәс. 70

4 нче ВАРИАНТ

М—1 (Рәс. 71)

1. Очлары *E*, *F*, *M* һәм *N* нокталарында булган ничә төрле кисемтә бар?
2. *EN* һәм *FM* турылары кисешәме?
3. *E* һәм *F* нокталары арасында нокталарның кайсы ята: *A* мы яки *N* мы?
4. *MN* кисемтәсендә яткан, ләкин *EF* кисемтәсендә ятмаган *B* ноктасын билгеләгез.
5. *A* ноктасы аша узып, *EF* һәм *MN* турыларын кисеп үтүче, ләкин *FM* кисемтәсен кисмәүче туры үткәрегез.

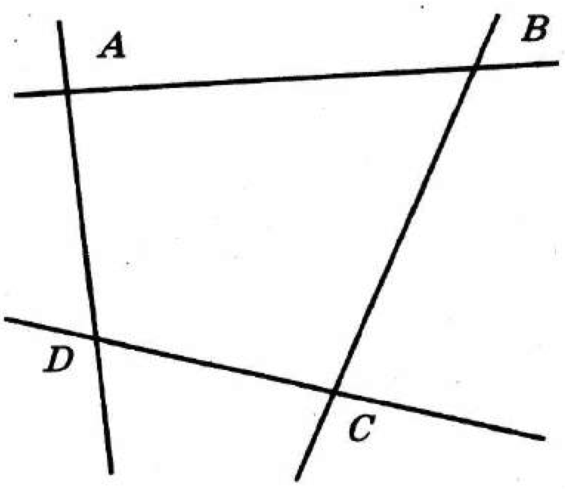


Рәс. 71

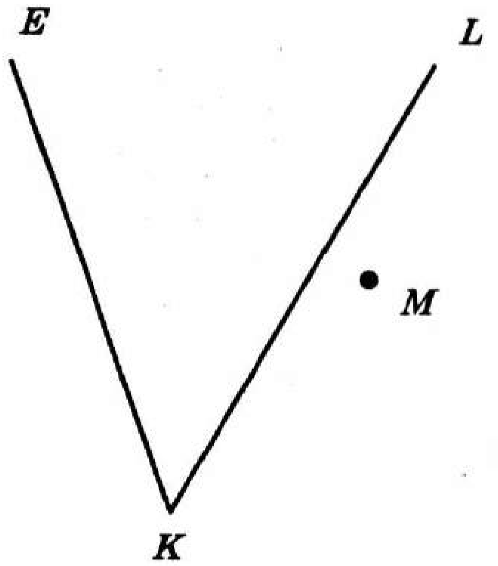
М—2

1. 1) 72 нче рәсемдә ничә җәелмәгән һәм ничә җәелгән почмак сурәтләнгән?

   2) *CD* нуры сызыгыз, башлангычлары *A* ноктасында булган ике нур үткәрегез; аның берсе *CD* нурын кисеп үтсен, ә икенчесе аны кисмәсен.
2. *EKL* почмагы һәм аның эчке өлкәсендә яткан *M* ноктасы бирелгән (рәс.73). *K* ноктасыннан, тагын ике почмак хасил булырлык итеп, нур үткәрегез, өстәвенә *M* ноктасы аларның эчке өлкәсендә ятмасын.



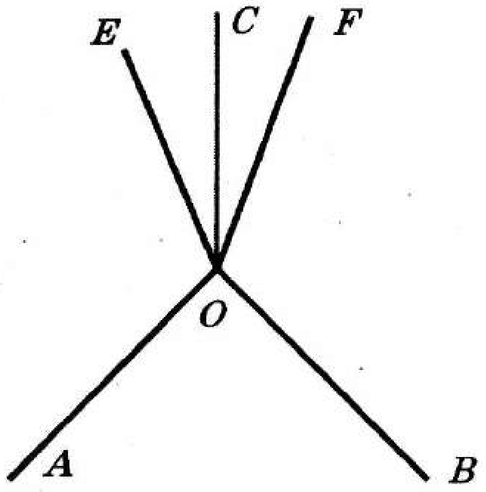
Рәс. 72



Рәс. 73

М—3

1. m турысында A ноктасыннан, $AC > AB$ булырлык итеп һәм A ноктасы B һәм C нокталары арасында ятарлык итеп, ике кисемтә үткәрелгән. C ноктасыннан, $BM = AC$ булырлык итеп, CM кисемтәсе салынган. MC һәм AB кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. 74 нче рәсемдә $\angle AOC = \angle BOC$ һәм $\angle AOE = \angle BOF$. OC нуры EOK почмагының биссектрисасы буламы?



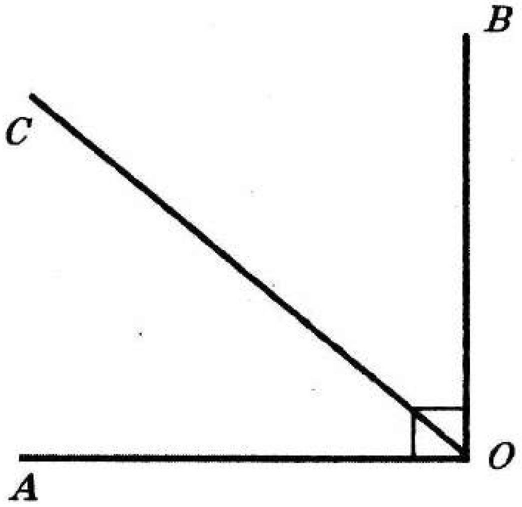
Рәс. 74

М—4

1. M ноктасы — озынлыгы 1,2 м га тигез булган EF кисемтәсенең уртасы. M ноктасыннан, аның төрле якларында, ике кисемтә $MP = 1{,}6$ дм һәм $MQ = 40$ см салынган. EP һәм QP кисемтәләренең озынлыгын сантиметрларда табыгыз.
2. $\angle AOB = 100°$. OE нуры бу почмакны, $\angle BOE = 3\ AOE$ булырлык итеп, ике почмакка бүлә.
   1) Бу почмакларны табыгыз.
   2) OE нуры FOB почмагының биссектрисасы булырлык итеп, OF нуры үткәрелсә, AOB почмагын табыгыз. Бу почмак нинди була: кысынкымы яисә җәенкеме?

М—5

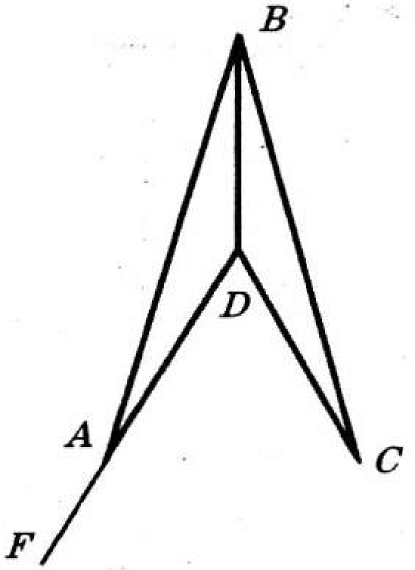
1. O ноктасынннан OA, OB һәм OC нурлары үткәрелгән (рәс. 75), өстәвенә $OB \perp OA$. AOB һәм BOC почмакларының биссектрисалары хасил иткән почмак 20° ка тигез. AOB, AOC һәм COB почмакларын табыгыз.
2. Ике туры кисешкәндә җәелгән почмактан кечерәк дүрт почмак хасил булган. Аларның ике почмагының градуслы үлчәме 4 : 5 чагыштырмасында булса, бу почмакларны табыгыз.



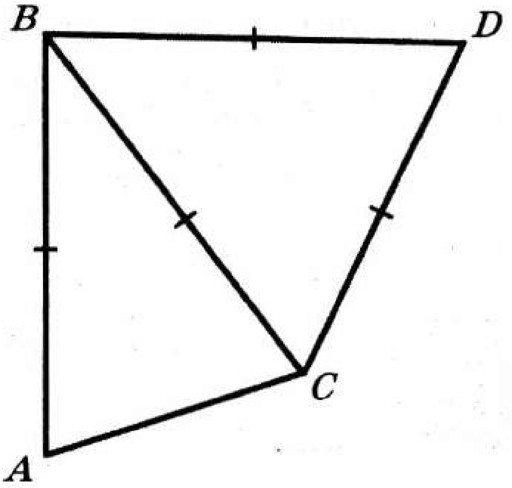
Рәс. 75

М—6

1. 76 нчы рәсемдә $\Delta ABD = \Delta CDB$, $\angle FAB = 160°$. BCD почмагын табыгыз.
2. 77 нче рәсемдә $AB = BC$ һәм $BC = BD = DC$. ABC өчпочмагының периметры 42 см га тигез, ә $AC = 12$ см. BDC өчпочмагының периметрын табыгыз.



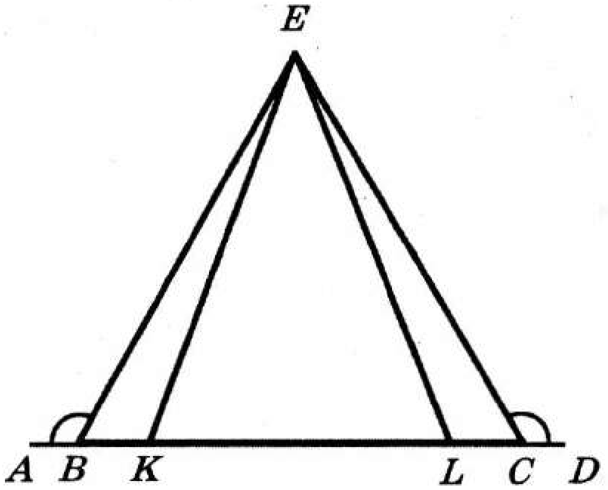
Рәс. 76



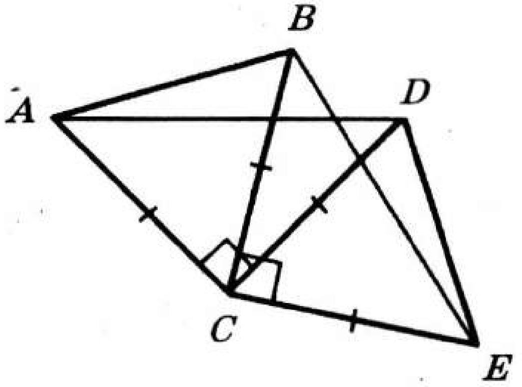
Рәс. 77

М—7

1. 78 нче рәсемдә $\angle ABE = \angle ECD$, $BE = CE$, $BK = LC$. $\Delta BEK = \Delta ELC$ икәнен исбатлагыз. $\angle BKE = 110°$ булса, $\angle ELC$ күпмегә тигез?
2. 79 нчы рәсемдә $AC = BC = DC = EC$, $AC \perp CD$ һәм $BC \perp EC$.
   1) $AB = DE$ булуын исбатлагыз.
   2) ABD һәм EBD өчпочмакларының периметрларын чагыштырыгыз.



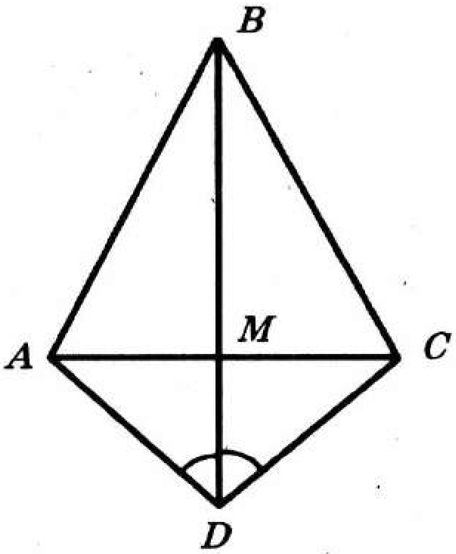
Рәс. 78



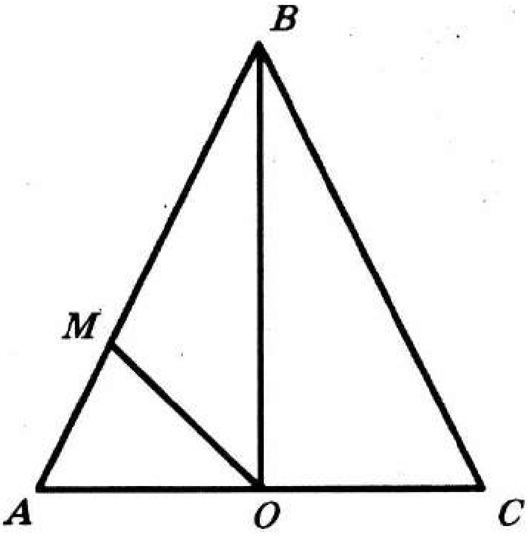
Рәс. 79

М—8

1. 80 нче рәсемдә $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$. $\angle BAC = \angle BCA$ һәм $AM = MC$ булуын исбатлагыз.
2. 81 нче рәсемдә $AB = BC$, OM — AOB өпочмагының биссектрисасы, $\angle MOC = 135°$. $\angle ABO = \angle OBC$ булуын исбатлагыз.



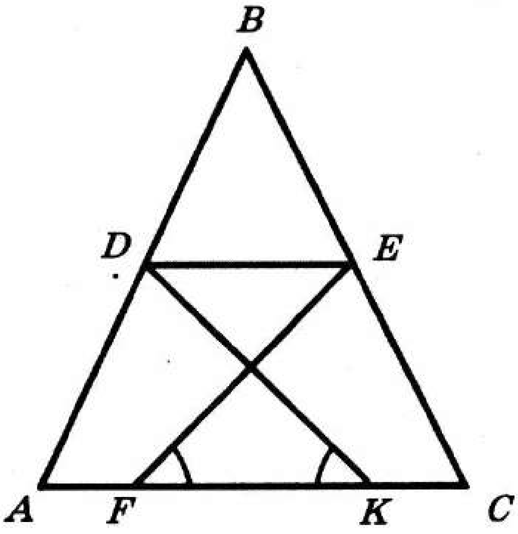
Рәс. 80



Рәс. 81

М—9

1. 82 нче рәсемдә $AB = BC$, $AF = KC$, $\angle DKA = \angle EFC$. $AD = EC$ булуын исбатлагыз.
2. Нигез буларак AC кисемтәсендә аның төрле ягында ике тигезьянлы ABC һәм ADC өчпочмаклары төзелгән. $BD \perp AC$ булуын исбатлагыз.



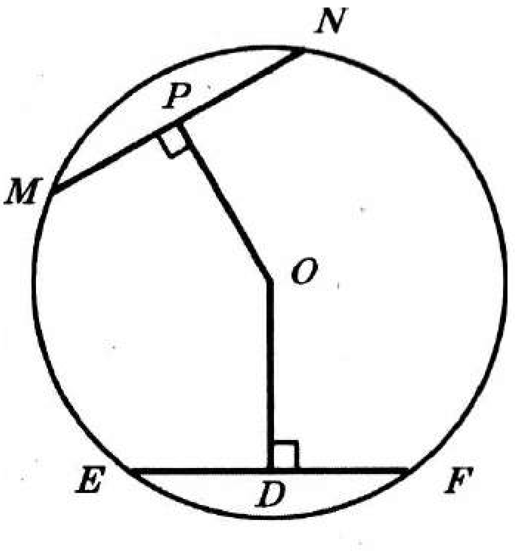
Рәс. 82

М—10

Ике тигезьянлы ABC һәм ADC өчпочмакларының AC нигезе уртак. B һәм D түбәләре AC ягының төрле ягында ята. E ноктасы BD кисемтәсендә ята, ләкин AC кисемтәсендә ятмый. $\angle EAC = \angle ACE$ булуын исбатлагыз.

М—11

1. 83 нче рәсемдә $MN = EF$, $OP \perp MN$ һәм $OD \perp EF$. $PO = OD$ булуын исбатлагыз.
2. Бирелгән M ноктасы аша узучы һәм үзәге бирелгән әйләнәдә ятучы (M ноктасы бирелгән әйләнәгә керми) бирелгән R радиусы белән әйләнә төзегез.



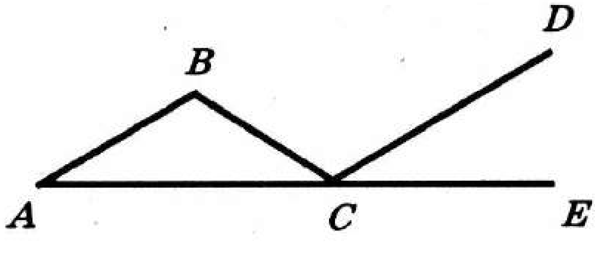
Рәс. 83

М—12

1. Ирекле кысынкыпочмаклы ABC өчпочмагы сызыгыз һәм бу өчпочмакның AD биеклеге белән BM медианасының кисешү ноктасын төзегез.
2. Бирелгән нурдан, бирелгән почмактан бер ярым тапкыр зуррак булган почмак салыгыз.

М—13

1. 84 нче рәсемдә $AB = BC$, $\angle A = 30°$, $\angle DCE = \frac{1}{5}\angle BCE$. $AB \parallel CD$ булуын исбатлагыз.

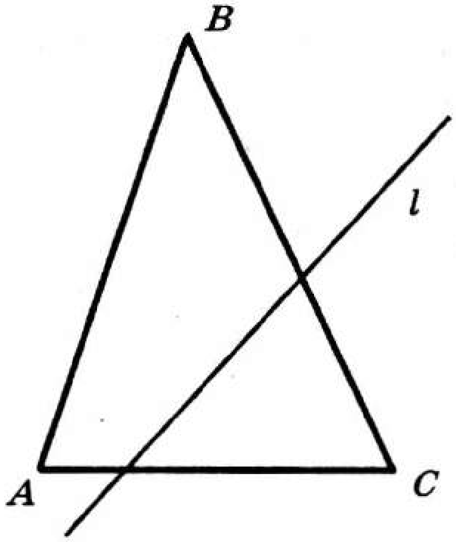


Рәс. 84

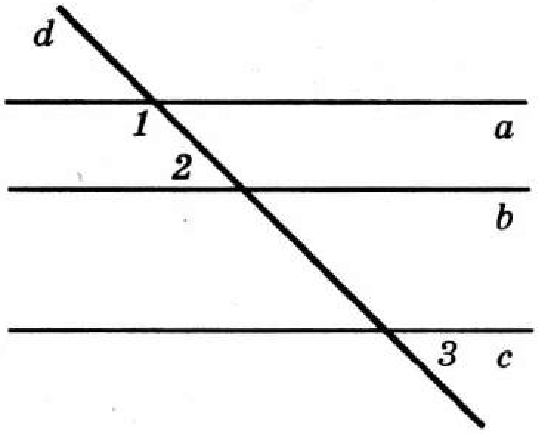
2. BD һәм AC кисемтәләре O ноктасында, $AO = OC$ һәм $BO = OD$ булырлык итеп кисешәләр. $BC \parallel AD$ булуын исбатлагыз.

M—14

1. Почмаклык һәм сызгыч ярдәмендә ABC өчпочмагының B, A һәм C түбәләре аша l га параллель булган a, b һәм c турылары үткәрегез (рәс. 85). Бу турылар үзара параллельме? A түбәсе аша үткәрелгән һәм a дан аермалы булган туры бу турыларны кисеп үтәрме? Ни өчен?
2. 86 нчы рәсемдә $\angle 1 + \angle 2 = 180°$ һәм $\angle 2 = \angle 3$. $a \parallel c$ булуын исбатлагыз.



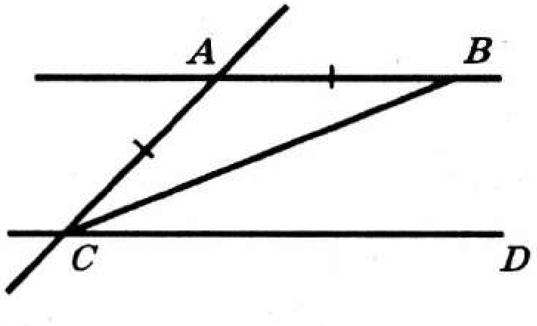
Рәс. 85



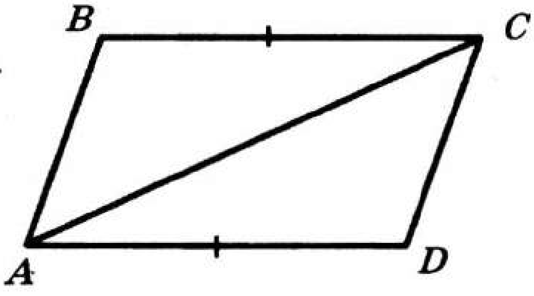
Рәс. 86

M—15

1. 87 нче рәсемдә $AB \parallel CD$ һәм $AC = AB$, $\angle BCD = 20°$. CAB почмагын табыгыз.
2. 88 нче рәсемдә $BC = AD$ һәм $BC \parallel AD$, $\Delta ABC = \Delta ADC$ булуын исбатлагыз.



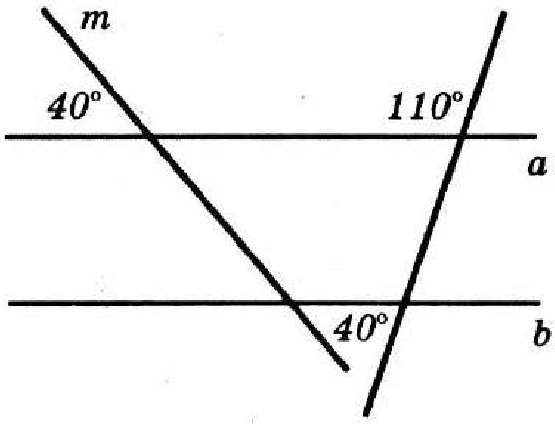
Рәс. 87



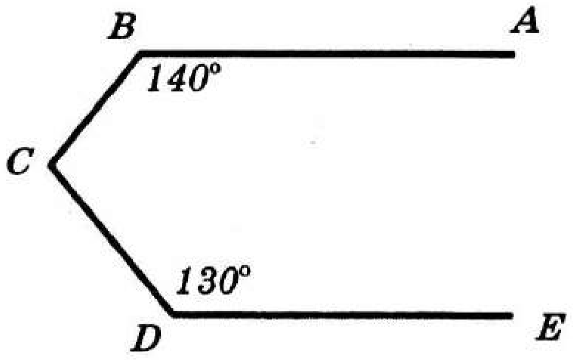
Рәс. 88

М—16

1. *a* һәм *b* турылары *d* турысы белән кисешкәндә хасил булган почмакларның калган җидесе арасыннан тагын берсе 110° ка тигез була аламы? 60° ка? Ни өчен?
2. 90 нчы рәсемдә $BA \parallel DE$, $\angle CBA = 140°$, $\angle CDE = 130°$. $BC \perp CD$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 89



Рәс. 90

М—17

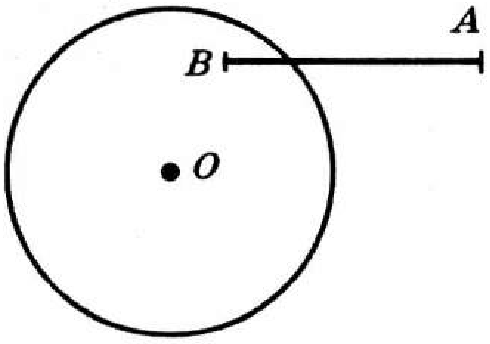
1. *ABC* өчпочмагының *AB* ягы *B* ноктасы ягына дәвам ителгән. Дәвам ителгән турыда, $BC = BD$ булырлык итеп, *D* ноктасы билгеләнгән. $\angle ACB = 60°$, $\angle ABC = 50°$ булса, *ACD* почмагын табыгыз.
2. *ABC* өчпочмагында AA_1 һәм BB_1 биссектрисалары *O* ноктасында кисешәләр, $\angle ABC = 30°$, $\angle AOB = 107°$. *ABC* өчпочмагының кысынкыпочмаклы булуын исбатлагыз.

М—18

1. *ABC* өчпочмагында $\angle B = 90°$. *CM* — өчпочмакның медианасы. $\angle CMB > \angle CAB > \angle ACM$ булуын исбатлагыз.
2. *ABC* өчпочмагында $AC = BC$. *BC* һәм *BA* кисемтәләре *C* һәм *A* түбәләре ягына дәвам ителгән турыларда тиңдәшле рәвештә *E* һәм *D* нокталары билгеләнгән. $DE \parallel AC$ булуы билгеле. *BDE* өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.

М—19

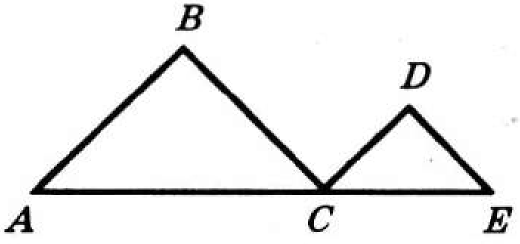
1. 91 нче рәсемдә сурәтләнгән әйләнәнең радиусы 6 см га тигез. AB кисемтәсе әйләнәне кисеп үтә, $AO = 13$ см. AB кисемтәсе 4 см га тигез булуы мөмкинме?
2. ABD һәм BCD өчпочмаклары BD турысының төрле якларында урнашкан, $\angle ADB = \angle BDC$, $\angle ABD = \angle DBC$. $BD < AB + BC$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 91

М—20

1. 92 нче рәсемдә $\angle ABC = \angle CDE = 90°$, $\angle BAC = 46°$, $\angle CED = 35°$. $BC \perp CD$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle B = 90°$, CC_1 — биссектриса, $CC_1 = 16$ см, $BC_1 = 8$ см. A түбәсе янындагы тышкы почмакны табыгыз.



Рәс. 92

М—21

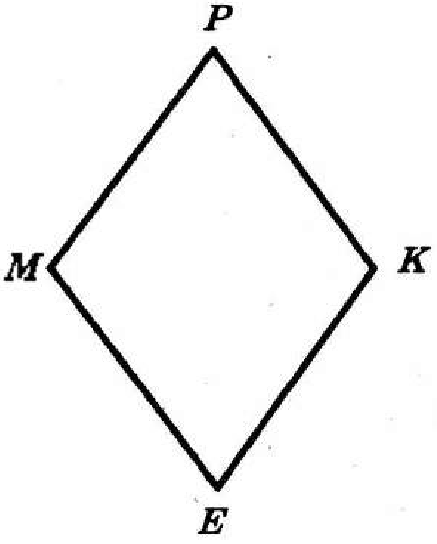
1. ABC өчпочмагының AB һәм BC якларында тиңдәшле рәвештә D һәм E нокталары алынган. Бу нокталардан AC турысына DK һәм EP перпендикулярлары төшерелгән, $DK = EP$. $\angle ADK = \angle PEC$. $AB = BC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмаклары тигез, өстәвенә ABC өчпочмагының BD биеклеге $A_1B_1C_1$ өчпочмагының B_1D_1 биеклегенә тигез, $\angle C = \angle C_1$. $\angle A = \angle A_1$ булуын исбатлагыз.

M—22

1. *M* ноктасыннан *a* турысына ике авышма *MP* һәм *ME* һәм, *MK* нуры *PME* почмагының эченнән үтәрлек итеп, *MK* перпендикуляры үткәрелгән, $\angle PEM = 50°$. *PM* һәм *KE* кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. *C* ноктасы — *AB* кисемтәсенең уртасы. *C* һәм *B* нокталары аша тиңдәшле рәвештә параллель *c* һәм *b* турылары перпендикуляр булмаслык итеп үткәрелгән.
   а) *A* ноктасыннан *c* турысына кадәрге ераклык *C* ноктасыннан *b* турысына кадәрге ераклыкка тигез булуын исбатлагыз.
   б) *A* ноктасыннан *b* турысына кадәрге ераклык *b* һәм *c* турылары арасындагы ераклыктан ике тапкырга зуррак булуын исбатлагыз.

M—23*

1. 93 нче рәсемдә *P* һәм *K* нокталары *ME* турысыннан тигез ераклыкта урнашкан, ә *K* һәм *E* нокталары *MP* турысыннан тигез ераклашкан. $\angle MPK = \angle MEK$ булуын исбатлагыз.
2. *a* турысы, бу турыда алынган *A* ноктасы, һәм *OP* белән *KM* (*KM* > *OP*) кисемтәләре бирелгән. *a* турысыннан *OP* га тигез ераклыкта, *AB* = *KM* булырлык итеп, *B* ноктасын төзегез.



Рәс. 93

M—24

1. Ике кысынкы почмак һәм кисемтә бирелгән. Ягы бирелгән кисемтәнең яртысына, ә бу ягы янында ятучы почмаклары ике бирелгән почмакка тигез булган өчпочмак төзегез.
2. Периметр һәм ян ягы буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

M—25*

1. Биеклеге һәм өчпочмакның яклары белән бу биеклек хасил иткән ике кысынкы почмагы буенча кысынкыпочмаклы өчпочмак төзегез.
2. Кысынкы почмагы һәм туры почмакның түбәсеннән үткәрелгән биеклеге буенча турыпочмаклы өчпочмак төзегез.

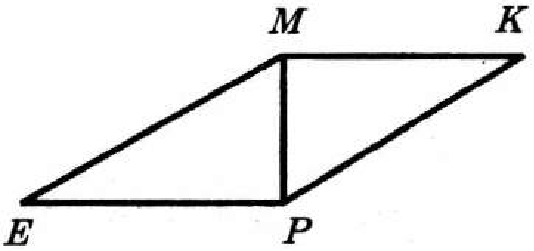
М—26

94 нче рәсемдә $\angle EPM = \angle PMK = 90°$, $\angle MEP = \angle MKP = 30°$, $ME = 10$.

1) EM һәм KP турыларының уртак нокталары булмавын исбатлагыз.

2) EP кисемтәсенең озынлыгы нинди бөтен саннар арасында булуы мөмкин?

3) PMK өчпочмагының MD медианасы озынлыгын табыгыз.

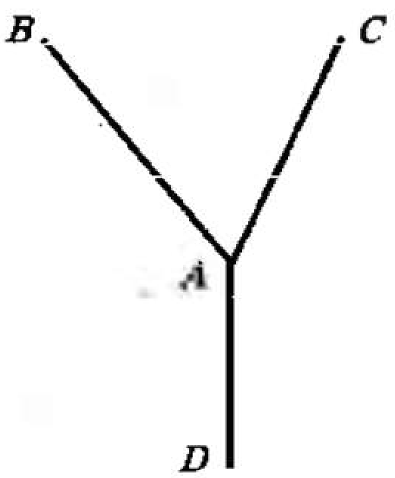


Рәс. 94

5 нче ВАРИАНТ

М—1

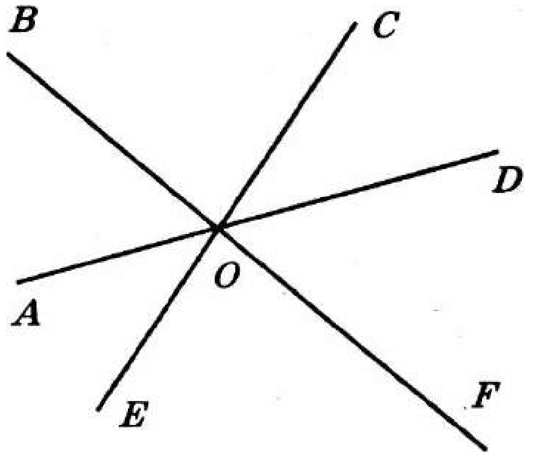
1. Кисешмәүче ике туры сызыгыз һәм аларга уртак нокталары булмаган ике кисемтә урнаштырыгыз.
2. *AB* кисемтәсе белән бергә алты төрле кисемтә килеп чыксын өчен, *A* һәм *B* нокталары арасында ничә нокта алырга кирәк?
3. *AB* кисемтәсе, *AB* турысында ятмаган *E* ноктасы һәм *AB* турысында яткан *C* ноктасы бирелгән. *EC* турысы белән *AB* кисемтәсе үзара ничек урнашкан?
4. *A* ноктасы аша узмаучы турыны бер үк вакытта *AB*, *BC* һәм *AD* турыларын кисеп үтәрлек итеп үткәрергә буламы (рәс. 95)?



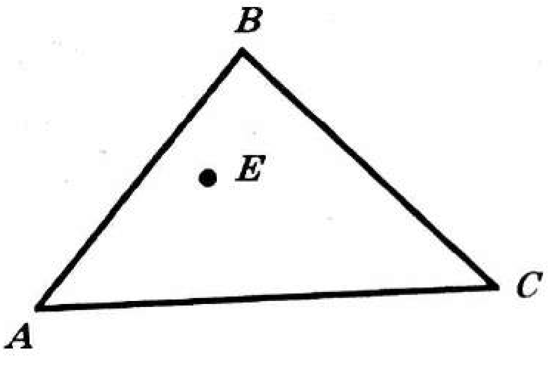
Рәс. 95

М—2

1. 96 нчы рәсемдә ничә җәелмәгән һәм ничә җәелгән почмак сурәтләнгән?
2. Башлангычы *E* ноктасында (рәс. 97) булган нурларны берсе *CA* нурын кисеп, ә икенчесе *BC* нурын кисмәслек итеп үткәрегез. Мөмкин булган төрле вариантларны тикшерегез.
3. Җәелмәгән *ABC* почмагы үткәрегез. Башлангычы *B* ноктасында булган нурлар үткәрегез, бу вакытта хасил булган алты почмакның берсе җәелгән почмак булсын.



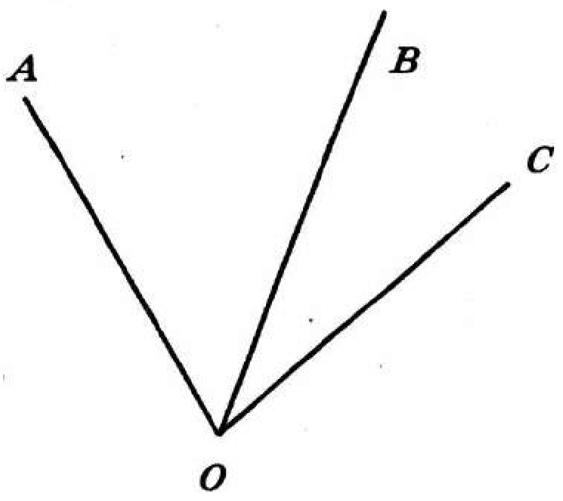
Рәс. 96



Рәс. 97

M—3

1. Әгәр турыда A, B, C һәм D нокталары (C ноктасы A һәм B нокталары арасында ята) $AB = CD$ булырлык итеп бирелсә, AD кисемтәсенең уртасы BC кисемтәсенең уртасы буламы? Җавапны дәлилләп бирегез.
2. 98 нче рәсемдә OB — AOC почмагының эчке өлкәсенә керүче нур. $\angle AOC = \angle BOE$ булсын өчен, OEны ничек итеп үткәрергә кирәк?



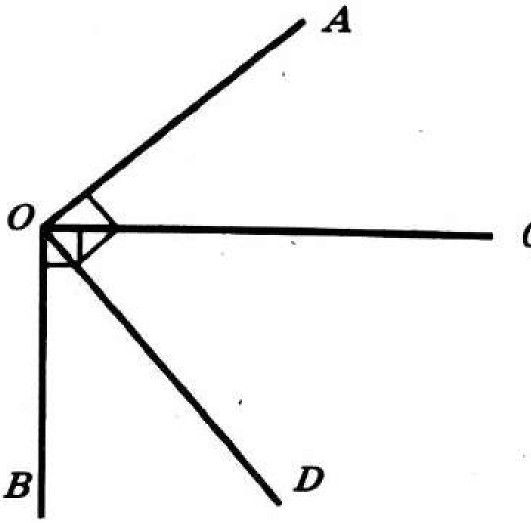
Рәс. 98

M—4

1. 192 дм га тигез булган кисемтәдә, $AC : CB = 1 : 3$ итеп, C ноктасы бирелгән. AC кисемтәсендә $\frac{1}{12}$ BC га тигез булган CD кисемтәсе салынган. AD һәм CB кисемтәләренең урталары арасындагы ераклыкны табыгыз.
2. AOB почмагы COD почмагының эчке өлкәсендә урнашкан. OE һәм OF — тиңдәшле рәвештә COA һәм BOD почмакларының биссектрисасы. $\angle COD + \angle AOB = 180°$ булса, EOF почмагының ни өчен туры булуын аңлатып бирегез.

M—5

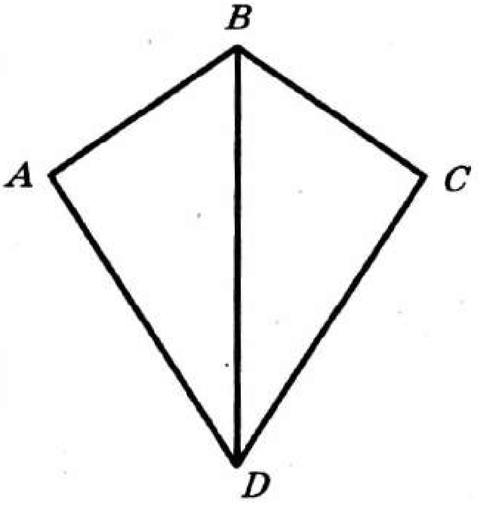
1. Түбәләре уртак булган ике почмак бирелгән: AOB һәм COD. Бер почмакның яклары тиңдәшле рәвештә икенчесенең якларына перпендикуляр (рәс. 99). Бу почмакларның аермасы туры почмакка тигез булса, почмакларны табыгыз.
2. AOB һәм BOC почмаклары — чиктәш, OM — AOB почмагының биссектрисасы, ON нуры BOC почмагының эчке өлкәсенә керә һәм OM га перпендикуляр. ON — BOC почмагының биссектрисасы буламы? Ни өчен?



Рәс. 99

М—6

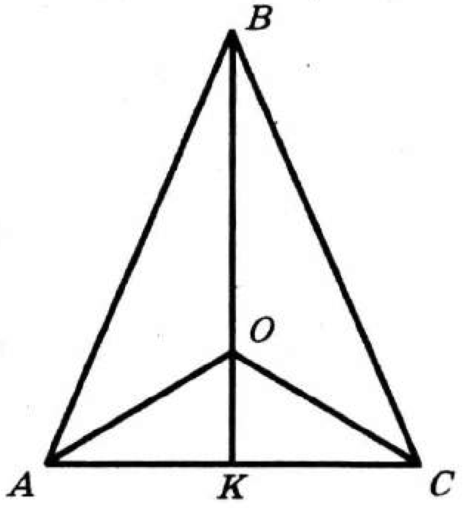
1. 100 нче рәсемдә $\Delta ABD = \Delta CBD$, $AD = DC$, $\angle ABC = 110°$, $\angle BAD = 90°$. ABD почмагын табыгыз һәм $BC \perp CD$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $AB = BC$, $AC = 8$ см, $E \in BC$, өстәвенә $BE = EC$. E ноктасы ABC өчпочмагының периметрын берсе икенчесеннән 2 см га зуррак булган ике өлешкә бүлә.



Рәс. 100

М—7

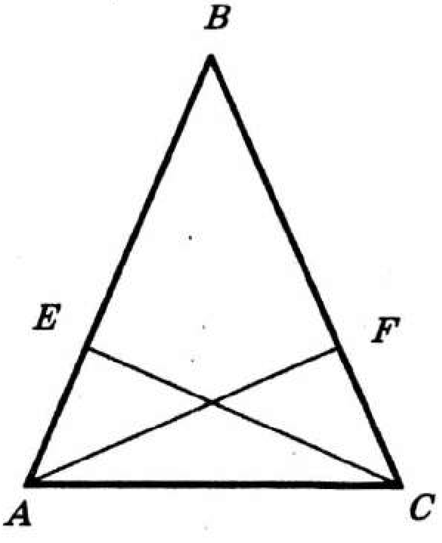
1. 101 нче рәсемдә $OA = OC$ һәм $\angle AOB = \angle BOC$. $\Delta ABK = \Delta CBK$ булуын исбатлагыз.
2. ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларында $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$ һәм $\angle A = \angle A_1$, $D \in BC$ һәм $DC = 2BD$, $D_1 \in B_1C_1$ һәм $D_1C_1 = 2B_1D_1$. $AD = A_1D_1$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 101

М—8

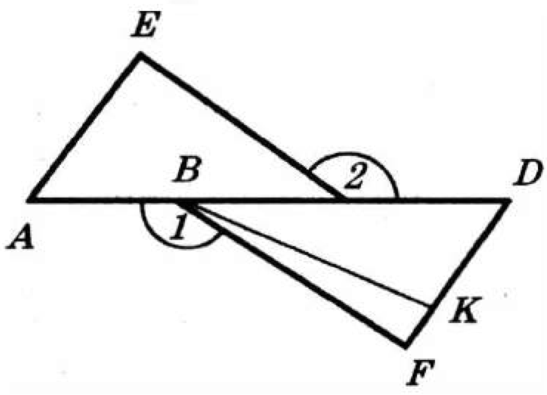
1. 102 нче рәсемдә $AB = BC$ һәм $AE = FC$. $\angle AEC = \angle AFC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында BC ягының дәвамында C ноктасы артында CA га тигез булган CD кисемтәсе салынган, A һәм D нокталары кисемтә белән тоташтырылган, CE — ACB өчпочмагының биссектрисасы, ә CF — ACD өчпочмагының медианасы. $CF \perp CE$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 102

М—9

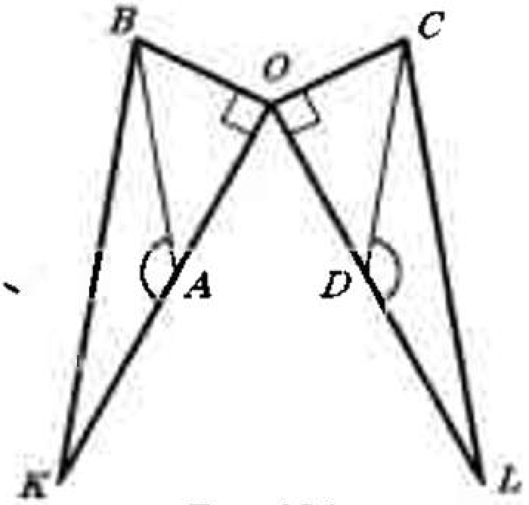
1. 103 нче рәсемдә $\angle A = \angle D$, $\angle 1 = \angle 2$, $AB = CD$, $EC = 10$ см, $\angle AEC = 90°$. B түбәсеннән төшерелгән BKD өчпочмагының биеклеген табыгыз.
2. AB турысының кисемтәсен P һәм Q нокталары өч тигез өлешкә бүлә. AB кисемтәсенең тышкы ягында аннан бер якта, $AC = BD$ һәм $CQ = DP$, $\angle DPB + \angle CQA = 140°$ булырлык итеп, C һәм D нокталары алынган. DPB һәм CQA почмакларын табыгыз.



Рәс. 103

М—10

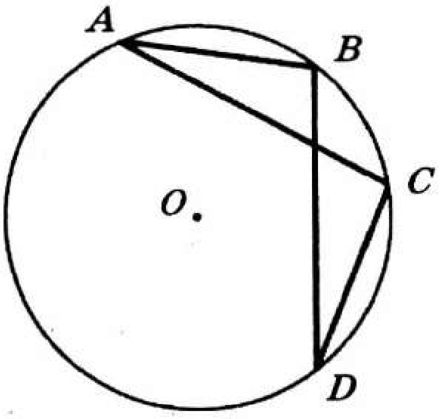
Ике турыпочмаклы BOK һәм COL өчпочмакларының уртак O түбәсе бар, биредә BOK һәм COL почмаклары туры (рәс. 104). $O - A - K$, $O - D - L$, $\angle KAB = \angle CDL$, $AO = OD$ һәм $AK = DL$. $KB = CL$ булуын исбатлагыз.



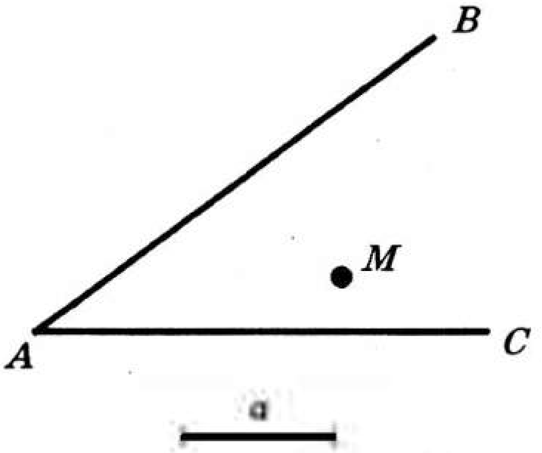
Рәс. 104

М—11

1. 105 нче рәсемдә $AB = CD$. $AC = BD$ булуын исбатлагыз.
2. BAC почмагының якларында M ноктасыннан бирелгән a ераклыгына ераклашкан нокталарны табыгыз (рәс. 106). a кисемтәсенең озынлыгына бәйле рәвештә мөмкин булган очракларны тикшерегез.



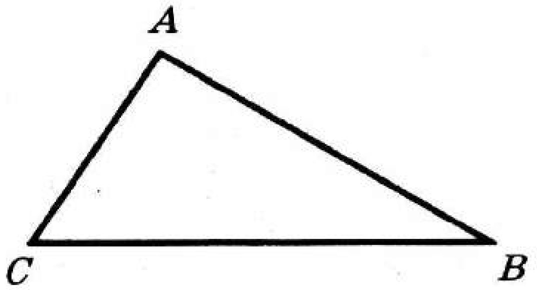
Рәс. 105



Рәс. 106

М—12

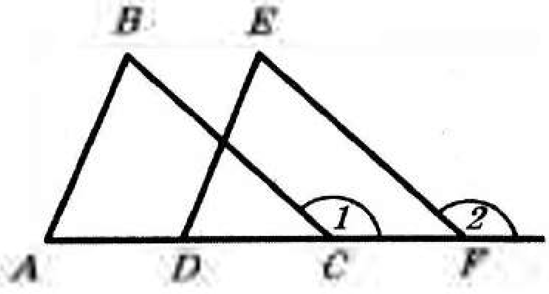
1. 1) 135° ка тигез булган почмак төзегез.
   2) Аның A түбәсеннән якларында ике тигез AB һәм AC кисемтәләре салыгыз һәм A, B һәм C нокталары аша үтүче әйләнә төзегез.
2. ABC өчпочмагы бирелгән. AC һәм BC турыларында, $XA = XB$ һәм $YA = YB$ булырлык итеп, X һәм Y нокталарын төзегез (рәс. 107).



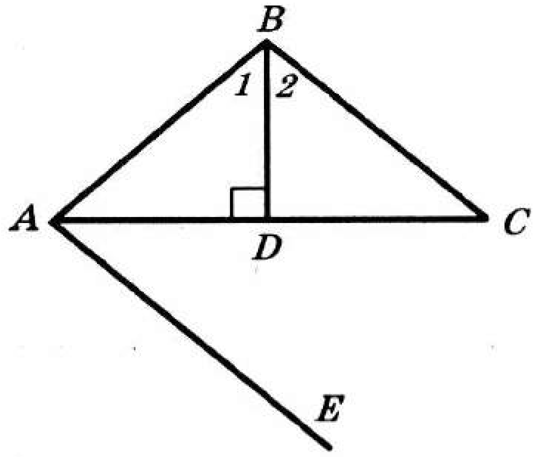
Рәс. 107

М—13

1. 108 нче рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $BC = EF$, $AD = CF$. $AB \parallel DE$ булуын исбатлагыз.
2. 109 нчы рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $BD \perp AC$, AC — BAE почмагының биссектрисасы. $BC \parallel AE$ булуын исбатлагыз.



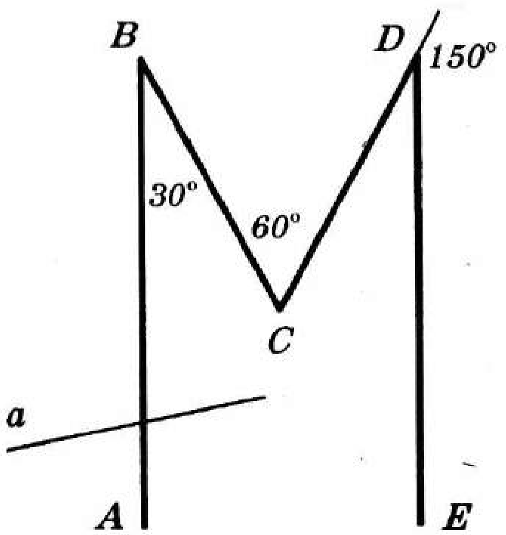
Рәс. 108



Рәс. 109

М—14

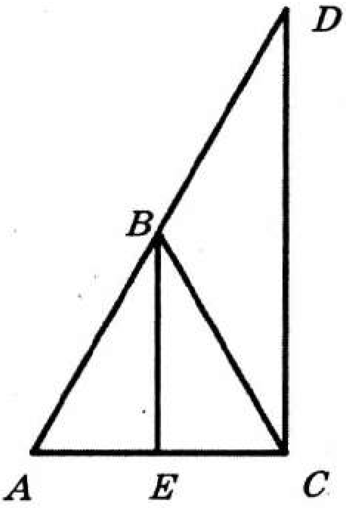
1. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә ABC өчпочмагының C түбәсе аша AB га параллель булган туры үткәрегез.
2. 110 нчы рәсемдә китерелгән бирелгәннәрдән файдаланып ачыклагыз: a турысы DE турысын кисеп үтәме? Җавапны аңлатып бирегез.



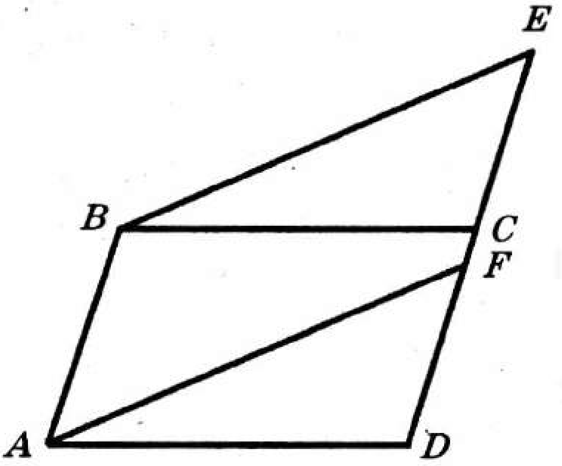
Рәс. 110

М—15

1. 111 нче рәсемдә $AB = BD = BC$, $BE \parallel DC$. $DC \perp AC$ булуын исбатлагыз.
2. 112 нче рәсемдә $BE \parallel AF$, $AB \parallel DE$, $AB = CD$. $\Delta BCE = \Delta ADF$ булуын исбатлагыз.



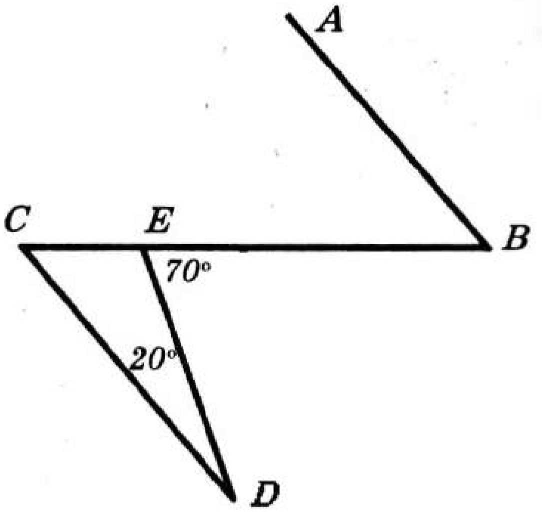
Рәс. 111



Рәс. 112

М—16

1. 113 нче рәсемдә $\angle BED = 70°$, $\angle EDC = 20°$, $AB \parallel CD$. ABC почмагын табыгыз.
2. ABC өчпочмагының эчендә F ноктасы билгеләнгән. Аның аша AC һәм AB якларына параллель булган һәм BC ягын тиңдәшле рәвештә M һәм E нокталарында кисеп үтүче турылар үткәрелгән, $FM = MC$, $FE = EB$. F — ABC өчпочмагының биссектрисалары кисешү ноктасы булуын исбатлагыз.



Рәс. 113

М—17

1. 45° ка тигез булган A почмагының якларында B һәм C нокталары билгеләнгән, ә почмакның эчке өлкәсендә, $\angle ABD = 95°$, $\angle ACD = 90°$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән. BDC почмагын табыгыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle B = 60°$. Өчпочмакның эчендә аның түбәләреннән тигез ераклашкан O ноктасы билгеләнгән. AOC өчпочмагының җәенке булуын исбатлагыз.

М—18

1. ABC өчпочмагында BD — медиана, $\angle ABD < \angle BAC + \angle BCA$. $BD > 0{,}5BC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагы бирелгән. CD турысы өчпочмакның B түбәсе янындагы тышкы почмагының биссектрисасына параллель һәм AB ягын D ноктасында кисеп үтә. D ноктасыннан BC турысына DK перпендикуляры үткәрелгән. DK һәм BC кисемтәләрен чагыштырыгыз.

М—19

1. ABC өчпочмагында BB_1 — медиана. $BB_1 < 0{,}5\,(AB + BC)$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle A = 40°$, $\angle B = 70°$. Өчпочмакның тышында C түбәсеннән CD нуры BCD почмагы $109°59'$ ка тигез булырлык итеп үткәрелгән. $AD = AC + CD$ тигезлеге үтәлергә мөмкинме?

М—20

1. ABC өчпочмагында ACB почмагы җәенке. AA_1, BB_1 һәм CC_1 биекләренең дәвамнары O ноктасында кисешәләр. $\angle ABC = \angle AOC$ һәм $\angle OAC = \angle OBC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle C = 90°$, CD — өчпочмакның биеклеге. $BC = 2BD$. $AD = 3DB$ булуын исбатлагыз.

М—21

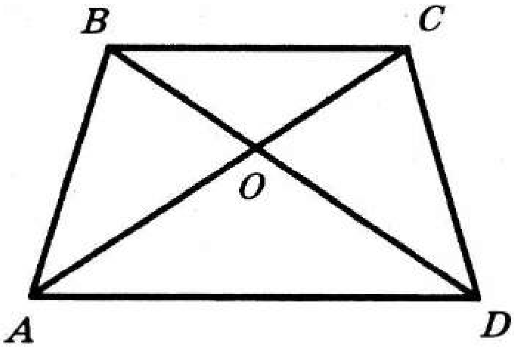
1. ABC өчпочмагының AB ягы уртасы аша AB га перпендикуляр булган һәм BC ны E ноктасында кисүче туры үткәрелгән. $BC = 24$ см, AEC өчпочмагының периметры 30 см га тигез. AC ны табыгыз.
2. Өчпочмакның ике биссектрисасы O ноктасында кисешә. Өченче биссектрисаның O ноктасы аша үтүен исбатлагыз.

М—22

1. A ноктасыннанниндидер турыга AB перпендикуляры һәм AC авышмасы үткәрелгән, ә D ноктасыннан, DE һәм AB кисемтәләре O ноктасында кисешерлек итеп, DE авышмасы үткәрелгән, $OD = OB$, $\angle OAD + \angle BOE = 90°$. AC һәм DE кисемтәләрен чагыштырыгыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle A = 70°$, $\angle B = 80°$, BE — биссектриса. E ноктасы аша BC га параллель a турысы үткәрелгән. $EC = x$.
   а) a һәм BC турылары арасындагы ераклыкны табыгыз.
   б) E ноктасыннан AB турысына кадәрге ераклыкны табыгыз.

М—23*

1. 114 нче рәсемдә B һәм C нокталары AD турысыннан тигез ераклашкан, $BO = OC$. ABC һәм CBD өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.
2. Җәелмәгән почмак һәм кисемтә бирелгән. Бирелгән почмак эчендә почмакның якларыннан бирелгән кисемтәгә тигез озынлыкта ераклашкан нокта төзегез.



Рәс. 114

М—24

1. Бирелгән кисемтәгә тигез булган AB ягы белән һәм тиңдәшле рәвештә 60° һәм 105° ка тигез булган A һәм C почмаклары белән ABC өчпочмагы төзегез.
2. ABC өчпочмагында BB_1 һәм CC_1 биссектрисалары O ноктасында кисешә. OB_1, OC, B_1C кисемтәләре буенча ABC өчпочмагы төзегез.

М—25*

1. Ике ягы һәм бу якларның берсенә каршы ятучы почмак буенча өчпочмак төзегез. Бу мәсьәләнең чишелеше һәрвакытта булырмы?
2. Почмагы һәм бу почмакның якларына үткәрелгән ике биеклеге буенча өчпочмак төзегез.

М—26

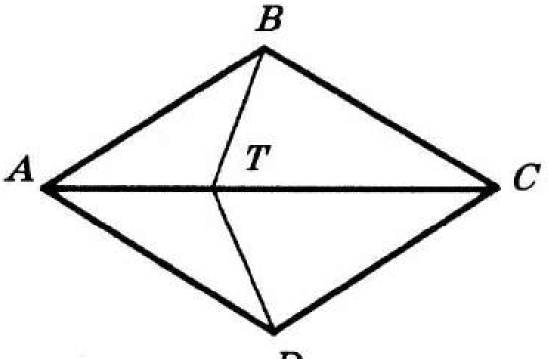
115 нче рәсемдә $AB = BC = CD = DA$.

1) $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ булуын исбатлагыз.

2) $BT = DT$ булуын исбатлагыз.

3) $\angle TBC = 90°$ һәм $TC > AT$ булса, $AC > DB$ булуын исбатлагыз.

4) T ноктасы AB һәм CD турыларыннан тигез ераклашкан булуын исбатлагыз.

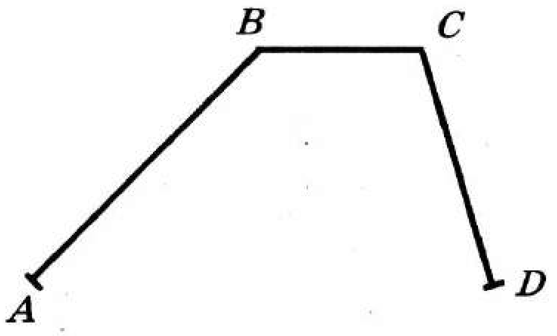


Рәс. 115

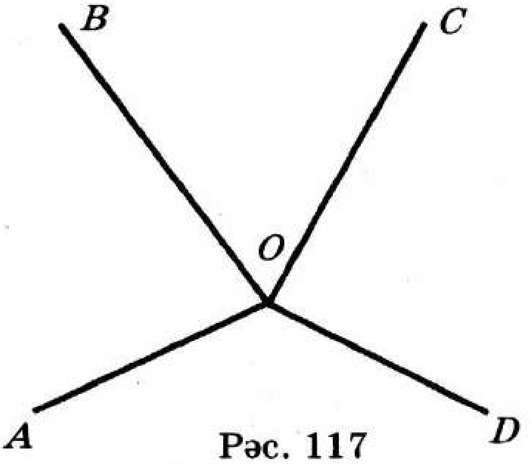
6 нчы ВАРИАНТ

М—1

1. Ике кисешүче туры сызыгыз һәм аларда ике кисешмәүче кисемтәне турыларның кисешү ноктасы аларның берсендә ятарлык итеп урнаштырыгыз.
2. 116 нчы рәсемдә күрсәтелгән кайбер кисемтәләрне кисеп үтүче турыны бирелгән кисемтәләр белән бергә алты кисемтә килеп чыгарлык итеп үткәрегез.
3. *EF* турысы бирелгән, $A \notin EF$, $B \notin EF$. *AB* турысы *EF* кисемтәсен кисмичә үтәргә мөмкинме?
4. *O* ноктасы аша узмаучы туры бер үк вакытта *OA*, *OB*, *OC* һәм *OD* турыларын кисеп үтә аламы (рәс. 117)?



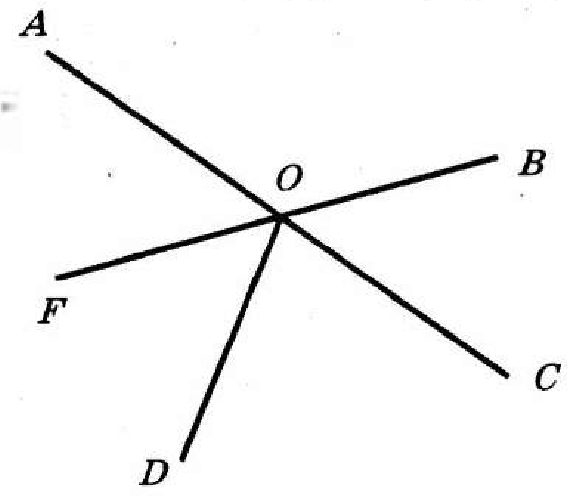
Рәс. 116



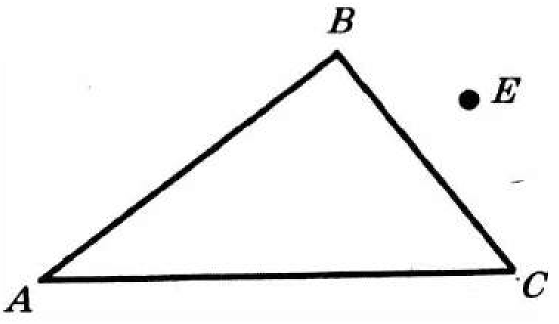
Рәс. 117

М—2

1. 118 нче рәсемдә ничә җәелмәгән һәм ничә җәелгән почмак сурәтләнгән?
2. Башлангычы *E* ноктасында булган нурларны үткәрегез: берсе *BC* нурын кисеп үтсен, ә икенчесе *AC* нурын кисмәсен (рәс. 119).
3. Бирелгән нокта аша, кисешкәндә алты почмак хасил булырлык итеп, турылар үткәрегез.



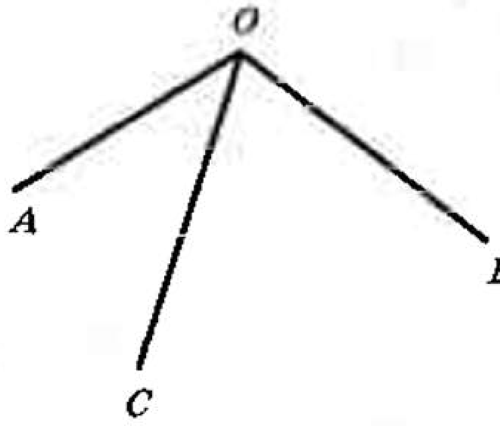
Рәс. 118



Рәс. 119

M—3

1. AB һәм AC — бер турының кисемтәләре (A ноктасы B һәм C нокталары арасында ята), M — AB кисемтәсенең уртасы, N — ACның уртасы. $BC = 2MN$ булуы дөресме? Җавапны дәлилләп бирегез.
2. 120 нче рәсемдә OC — AOB почмагының эчке өлкәсенә керүче нур. $\angle AOD = \angle COB$ булсын өчен, ODны ничек итеп үткәрергә кирәк?



Рәс. 120

M—4

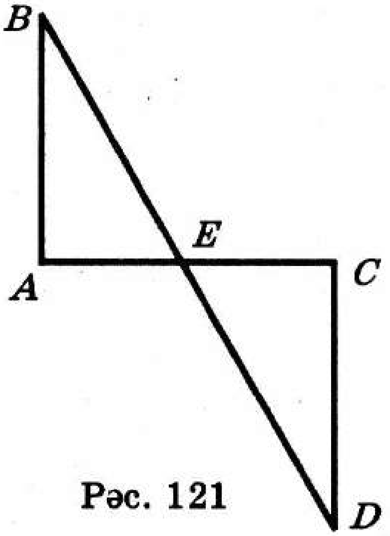
1. Турыда ике тигез AC һәм CB кисемтәләре салынган. CB кисемтәсендә, $5CD = 4DB$ булырлык итеп, D ноктасы бирелгән. $CD = 12$ м булса, очлары AC һәм DB кисемтәләренең урталары булган кисемтәнең озынлыгын табыгыз.
2. AOB почмагы COD почмагының эчке өлкәсенә керә; $\angle COD = 140°$, $\angle AOB = 100°$. OB нуры AOD почмагының эчке өлкәсенеке булса, AOC һәм BOD почмаклары хасил иткән почмакны табыгыз.

M—5

1. Ике тигез җәенке почмакның уртак ягы бар, ә ике икенче яклары үзара перпендикуляр. Җәенке почмакның зурлыгын табыгыз.
2. Җәелгән почмакның түбәсеннән, аны өч тигез өлешкә бүлүче, ике нур үткәрелгән. Урта почмакның биссектрисасы җәелгән почмакның биссектрисасына перпендикуляр булуын күрсәтегез.

M—6

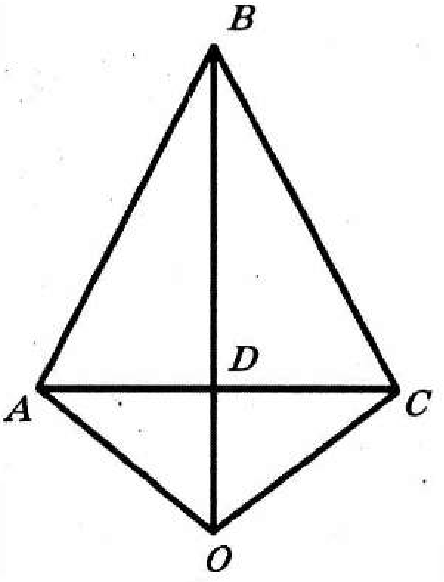
1. 121 нче рәсемдә $\Delta ABE = \Delta ECD$, $\angle ABE = \angle CDE$, $AE = 7$ см, $AB \perp AC$, AC һәм ECD почмагын табыгыз.
2. ABC өчпочмагында $AB = BC = 12$ мм. M ноктасы BC ягында ята, өстәвенә $BM = MC$. M ноктасы ABC өчпочмагының периметрын берсе икенчесеннән 3 мм га кечерәк булган ике өлешкә бүлә. AC ягын табыгыз.



Рәс. 121

М—7

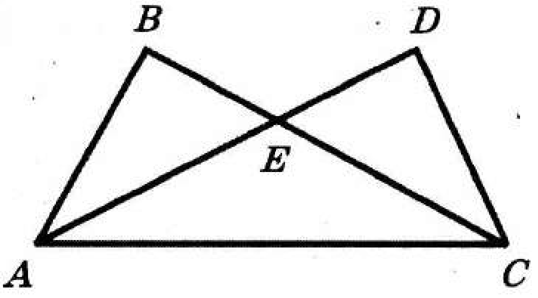
1. 122 нче рәсемдә $OA = OC$ һәм $\angle AOD = \angle COD$. $\Delta ABD = \Delta CBD$ булуын исбатлагыз.
2. DEF һәм $D_1E_1F_1$ өчпочмаклары бирелгән, M һәм M_1 нокталары тиңдәшле рәвештә DF һәм D_1F_1 якларында ята, өстәвенә $DM = 3MF$ һәм $D_1M_1 = 3M_1F_1$, $DE = D_1E_1$, $EM = E_1M_1$ һәм $\angle DEM = \angle D_1E_1M_1$. $EF = E_1F_1$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 122

М—8

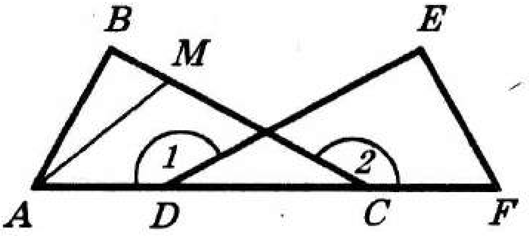
1. 123 нче рәсемдә $AE = EC$ һәм $BE = ED$. $\angle ACD = \angle CAB$ булуын исбатлагыз.
2. AC кисемтәсендә аннан төрле якларда ике тигезьянлы ABC һәм ADC өчпочмаклары төзелгән. Бу өчпочмакларның түбәләре BD турысы белән тоташкан. $BD \perp AC$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 123

М—9

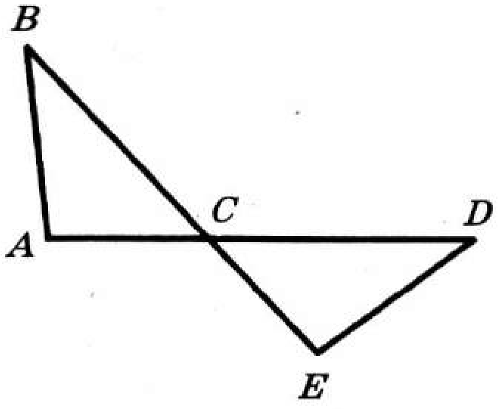
1. 124 нче рәсемдә $\angle BAC = \angle F$, $\angle 1 = \angle 2$, $AD = CF$, $\angle E = 90°$, $EF = 15$ дм. A түбәсеннән үткәрелгән AMC өчпочмагының биеклеген табыгыз.
2. K һәм L нокталары белән EF турысының кисемтәсе өч тигез өлешкә бүленә. EF кисемтәсенең тышында, EF турысыннан төрле якта $AE = BF$ һәм $AL = BK$ булырлык итеп, A һәм B нокталары алынган. AEL һәм KFB почмакларының градуслы үлчәме $m : 1$ чагыштырмасында. m ны табыгыз.



Рәс. 124

М—10

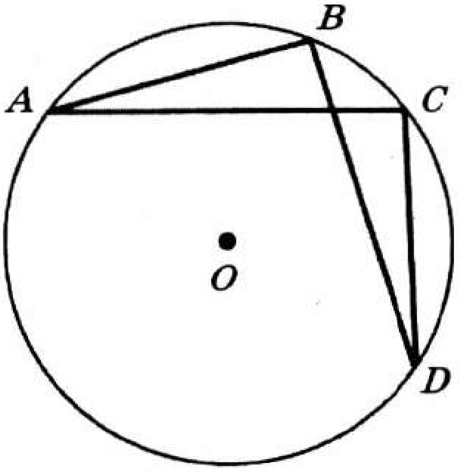
AD һәм BE кисемтәләре C ноктасында кисешә. $\angle BAC = \angle DEC$. ABC һәм CDE почмаклары белән чиктәш почмаклар үзара тигез, $AB = DE$. $\Delta ABE = \Delta ADE$ булуын исбатлагыз (рәс. 125).



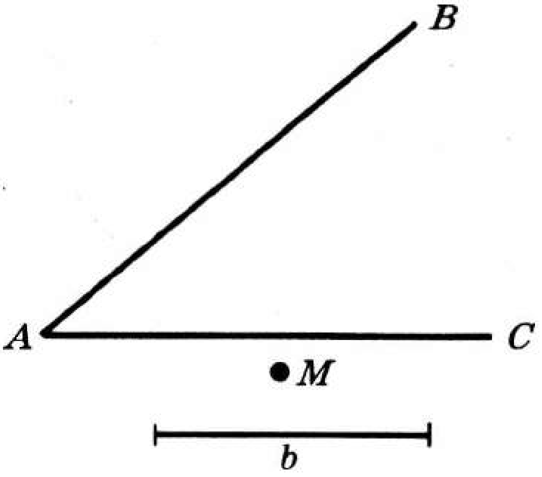
Рәс. 125

М—11

1. 126 нчы рәсемдә $AC = BD$. $AB = CD$ булуын исбатлагыз.
2. BAC почмагының якларында M ноктасыннан бирелгән b озынлыгына ераклашкан нокталарны төзегез (рәс. 127). b кисемтәсенең озынлыгына бәйле рәвештә мөмкин булган очракларны тикшерегез.



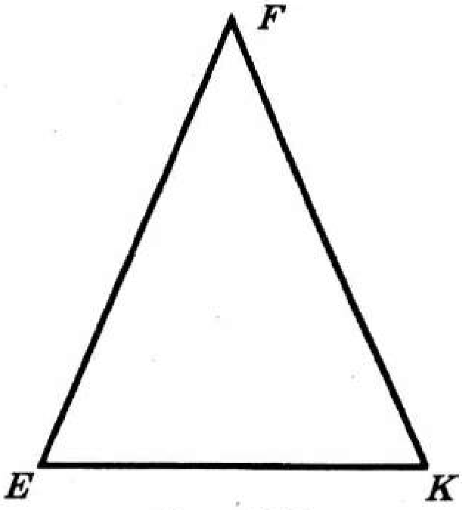
Рәс. 126



Рәс. 127

М—12

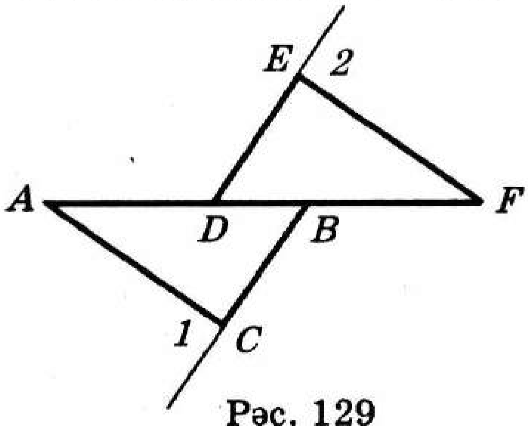
1. 1) 45° ка тигез булган почмак төзегез.
   2) Аның B түбәсеннән якларында, $BA = 2BC$ булырлык итеп, BA һәм BC кисемтәләрен салыгыз. A, B һәм C нокталары аша үтүче әйләнә төзегез.
2. FEK өчпочмагы бирелгән (рәс. 128). EK һәм FK турыларында, $ME = MF$ һәм $NE = NF$ булырлык итеп, M һәм N нокталарын төзегез.



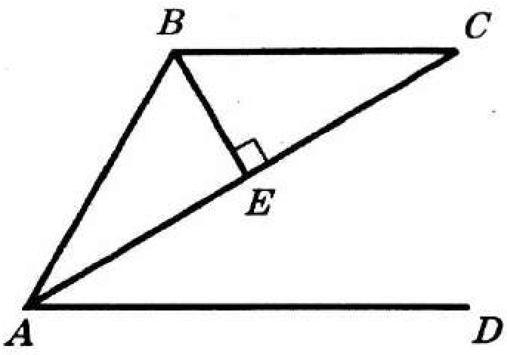
Рәс. 128

М—13

1. 129 нчы рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $ED = BC$, $EF = AC$. $EF \parallel AC$ булуын исбатлагыз.
2. 130 нчы рәсемдә AC — BAD почмагының биссектрисасы, $BE \perp AC$ һәм $AE = EC$. $AD \parallel BC$ булуын исбатлагыз.



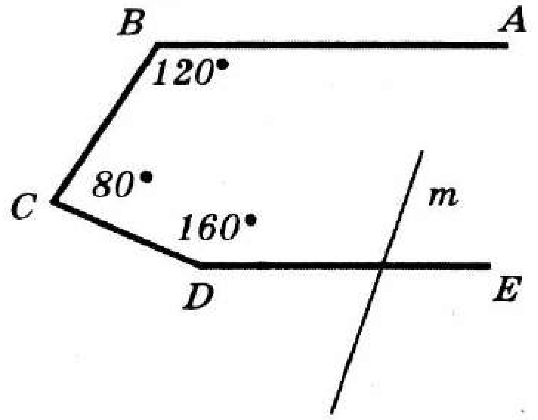
Рәс. 129



Рәс. 130

М—14

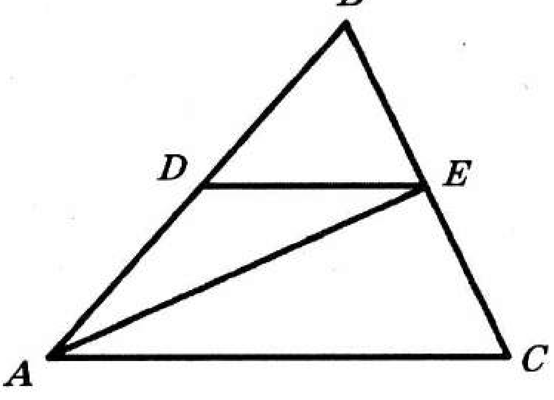
1. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә өчпочмакның бер ягына параллель булган һәм аның башка ике ягының берсенең уртасы аша узучы туры төзегез.
2. 131 нче рәсемдә m турысы DE турысын кисеп үтә. Бу туры AB турысын кисеп үтәме? Җавапны аңлатыгыз.



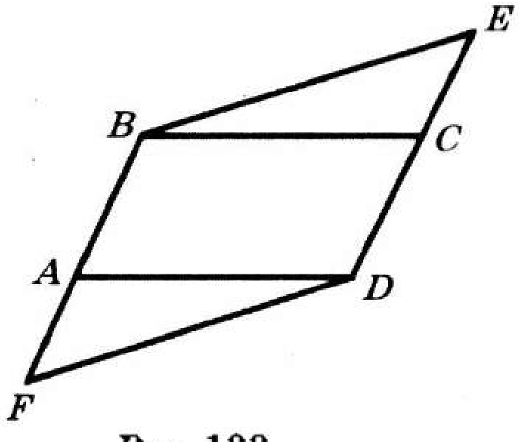
Рәс. 131

М—15

1. 132 нче рәсемдә $AB = AC$, $AD = DE$, $DE \parallel AC$. $AE \perp BC$ булуын исбатлагыз.
2. 133 нче рәсемдә $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $DF \parallel BE$. $\Delta FAD = \Delta CBE$ булуын исбатлагыз.



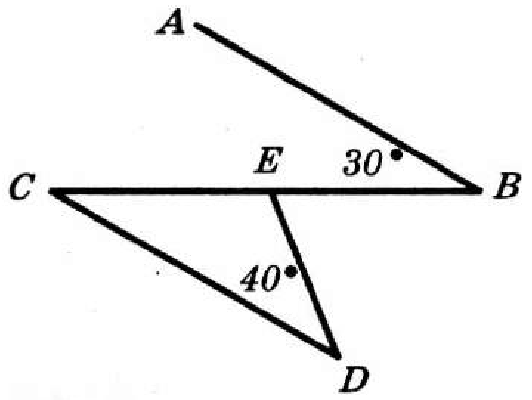
Рәс. 132



Рәс. 133

М—16

1. 134 нче рәсемдә $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 30°$, $\angle CDE = 40°$. BED почмагын табыгыз.
2. ABC өчпочмагының эчендә M ноктасы сайлап алынган. Аның аша, AC га параллель итеп һәм AB һәм BC якларын тиңдәшле рәвештә D һәм E нокталарында кисеп үтүче туры үткәрелгән, өстәвенә $MD = AD$ һәм $ME = EC$. M — өчпочмак биссектрисаларының кисешү ноктасы булуын исбатлагыз.



Рәс. 134

М—17

1. 127° ка тигез булган A почмагының якларында B һәм C нокталары билгеләнгән, ә почмакның эчендә, $\angle ABD = 25°$, $\angle ACD = 19°$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән. BDC почмагын табыгыз.
2. AC — ABC һәм DAC өчпочмакларының уртак ягы. BD кисемтәсе AC кисемтәсен кисеп үтә, $BD = AD = CD$ булуы билгеле. $\angle ABC = 130°$ булса, ADC өчпочмагының җәенке булуын исбатлагыз.

М—18

1. BD — ABC өчпочмагының медианасы, $AB > 2BD$, $\angle BAC + \angle BCD < \angle DBC$ булуын исбатлагыз.
2. C түбәсе аша ABC өчпочмагында BD биссектрисасына параллель булган һәм AB турысын K ноктасында кисеп узучы туры үткәрелгән. BE — ABC өчпочмагының биссектрисасы. BE һәм BK кисемтәләрен чагыштырыгыз.

М—19

1. BB_1 — ABC өчпочмагының медианасы. $BB_1 > 0{,}5\,(AB - BC)$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle A = 35°$, $\angle B = 71°$. AC ягының дәвамында C түбәсе артында D ноктасы алынган. C түбәсеннән, E һәм B нокталары AD турысының төрле якларында ятарлык һәм $\angle ECD = 74°1'$ булырлык итеп, CE нуры үткәрелгән. $BE + CE = BC$ булуы мөмкинме?

М—20

1. ABC өчпочмагында B почмагы җәенке. AA_1, BB_1 һәм CC_1 биеклекләренең дәвамнары O ноктасында кисешәләр. $\angle ABC = 180° - \angle AOC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle B = 90°$, BD — биеклек. $AB = 2BD$. $3AC = 4AD$ булуын исбатлагыз.

М—21

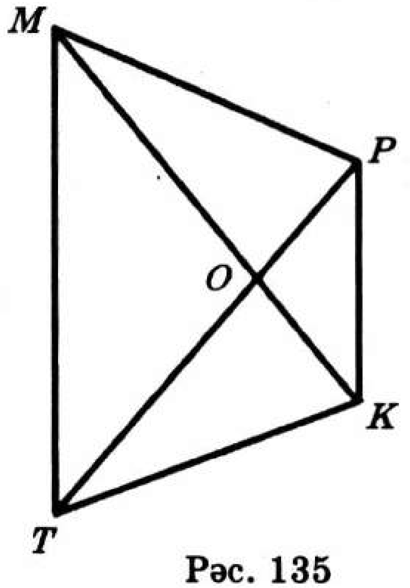
1. ABC өчпочмагының AB ягында алынган K ноктасы аша AB га перпендикуляр һәм AC ягын D ноктасында кисүче туры үткәрелгән. $\angle KDB = \angle KDA$, $AC = 30$ см, $BC = 15$ см булуы билгеле. BDC өчпочмагы периметрын табыгыз.
2. ABC өчпочмагының A почмагы биссектрисасы, B һәм C түбәләре янындагы тышкы почмакларның биссектрисаларын эченә алган турыларның кисешү ноктасы аша үтүен исбатлагыз.

М—22

1. M ноктасыннан a турысына — M перпендикуляры, ә K ноктасыннан KH авышмасы үткәрелгән. MP һәм KH кисемтәләре O ноктасында кисешәләр, $OH = OM$, $\angle OMK < \angle OHP$. HK кисемтәсенең, M ноктасыннан a турысына үткәрелгән теләсә нинди авышмадан кечерәк булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында BM медианасы үткәрелгән, $AM = BM = MC = x$. M ноктасы аша BC турысына параллель туры үткәрелгән.
   а) A ноктасыннан BC турысына кадәрге ераклыкны табыгыз.
   б) a һәм BC турылары арасындагы ераклыкны табыгыз.

М—23*

1. 135 нче рәсемдә M һәм T нокталары PK турысыннан тигез ераклашкан, $\angle KMT = \angle PTM$. PMK һәм PKT өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.
2. a турысы, бирелгән турыда ятмаучы A ноктасы һәм ниндидер кисемтә бирелгән. (A ноктасы a турысыннан бирелгән кисемтәнең икеләтелгән озынлыгыннан кимрәк ераклыкта урнашкан.) a турысыннан һәм A ноктасыннан бирелгән кисемтә озынлыгына тигез ераклыкта урнашкан нокталарны төзегез.



Рәс. 135

М—24

1. Тиңдәшле рәвештә бирелгән кисемтәләргә тигез булган AB һәм BC яклары белән ABC өчпочмагы төзегез. $\angle B = 120°$, $\angle C = 45°$.
2. ABC өчпочмагының биекләре O ноктасында кисешәләр. OA, BO, AB кисемтәләре буенча бу өчпочмакны төзегез.

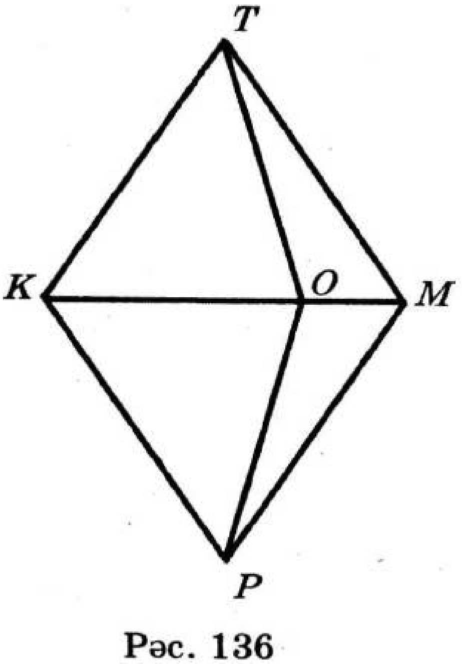
М—25*

1. Ике почмагы һәм бу почмакларның берсенә каршы ятучы ягы буенча өчпочмак төзегез. Бу мәсьәләнең һәрчакта чишелеше буламы?
2. Почмагы һәм ике биеклеге буенча кысынкыпочмаклы өчпочмак төзегез. Бер биеклеге почмак түбәсеннән үткәрелгән, ә икенчесе өчпочмак якларының берсенә төшерелгән.

М—26

136 нчы рәсемдә $KT = TM = MP = PK$.

1) $TM \parallel KP$ һәм $KT \parallel PM$ булуын исбатлагыз.
2) $TO = OP$ булуын исбатлагыз.
3) $\angle OTK = 44°$ һәм $KO > OM$ булса, $TP > KM$ булуын исбатлагыз.
4) O ноктасы TM һәм MP турыларыннан тигез ераклашкан булуын исбатлагыз.

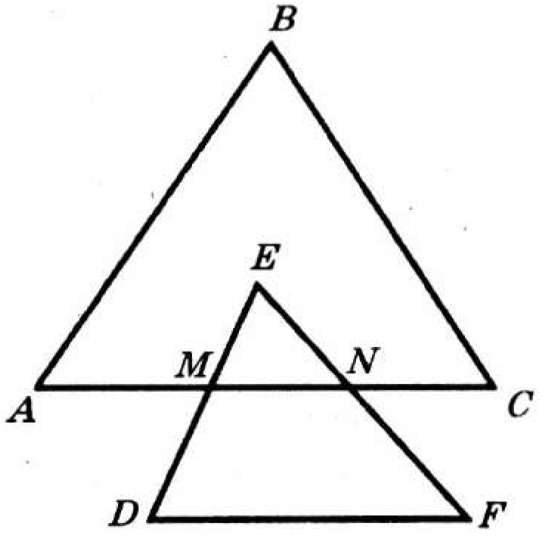


Рәс. 136

7 нче ВАРИАНТ

М—1

1. Дүрт нокта аша ничә төрле туры үткәрергә мөмкин? Сызымнарны ясагыз.
2. 137 нче рәсем буенча очлары тамгаланган нокталарда яткан ничә кисемтә булуын табыгыз.



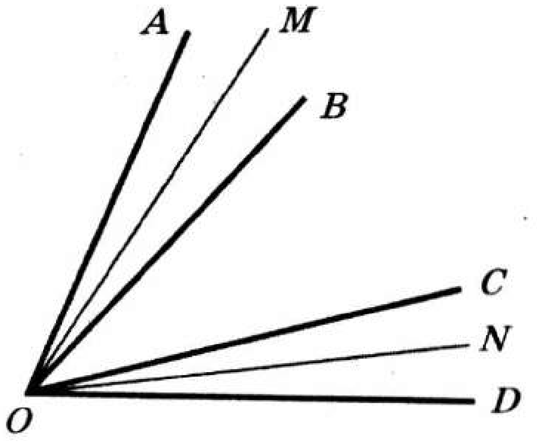
Рәс. 137

М—2

O — *AOB*, *BOC*, *COD*, *DOE* һәм *EOA* почмакларының уртак түбәсе. *O* ноктасы аша узмаган *a* турысы бу почмакларның яклары булган икедән дә кимрәк булмаган нурны кисеп үтә. Мөмкин булган очракларны тикшерегез. Сызымнарын ясагыз.

М—3

1. *A* ноктасыннан *a* турысында ике кисемтә *AB* һәм *AC* салынган, өстәвенә $AB < AC < 1{,}99AB$. *BC* һәм *AB* кисемтәләрен чагыштырыгыз. Җавапны дәлилләгез.
2. 138 нче рәсемдә $\angle AOC = \angle BOD$, *OM* һәм *ON* — *AOB* һәм *COD* почмакларының биссектрисалары. *MON* һәм *AOC* почмакларын чагыштырыгыз.



Рәс. 138

М—4

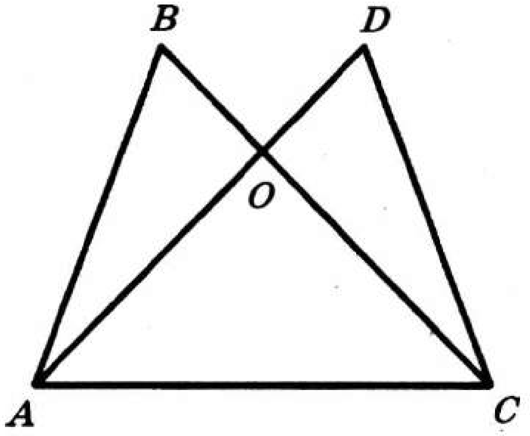
1. *AB* кисемтәсенең озынлыгы 14 см га тигез. *AB* турысында $DA = 3DB$ булган барлык *D* нокталарын табыгыз.
2. Туры почмак түбәсеннән чыккан нур белән бер почмакның яртысы икенчесенең өченче өлешенә тигез булган ике почмакка бүленгән. Бу почмакларны табыгыз.

М—5

Берсе икенчесе янында ятмаучы һәм бер нокта аша узучы өч туры белән хасил булган һәр өч почмакның суммасы ике туры почмакка тигез булуын исбатлагыз.

М—6

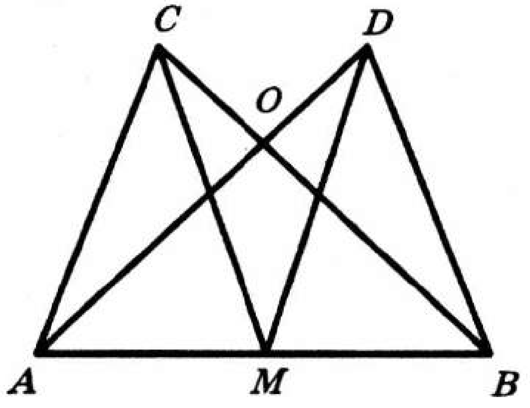
1. ABC өчпочмагында $AB = AC$. Өчпочмакның эчендә O ноктасы $\angle AOB = \angle AOC$, $\angle AOB = 120°$ булырлык итеп сайлап алынган. AO кисемтәсе BAC почмагының биссектрисасы булуын исбатлагыз һәм BOC почмагын табыгыз.
2. 139 нчы рәсемдә $\Delta ABC = \Delta ADC$, $AB = CD = 20$ см, $BO = DO = 5$ см. ABC өчпочмагының периметры 50 см га тигез. AO кисемтәсе 15 см га зуррак булса, AOC өчпочмагының периметрын табыгыз.



Рәс. 139

М—7

140 нчы рәсемдә $CO = OD$ һәм $AO = OB$, M — AB кисемтәсенең озынлыгы. $MC = MD$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 140

М—8

ABC өчпочмагында $AB = BC = AC$. Аның якларында M, P һәм K нокталары $AM : MB = BP : PC = CK : KA = 1 : 3$ булырлык итеп алынган. MPK өчпочмагының тигезьяклы булуын исбатлагыз.

М—9

1. A түбәле почмакның бер ягында D һәм B нокталары, икенчесендә C һәм E нокталары, $AD = AC = 3$ см, $AB = AE =$ $= 4$ см булырлык итеп билгеләнгән. Түбәндәгеләрне исбатлагыз:
   а) $BC = ED$;
   б) $KB = KE$, биредә K — BC һәм ED кисемтәләренең кисешү ноктасы.
2. ABC һәм $A_1B_1C_1$ — нигезләре AC һәм A_1C_1 булган тигезьянлы өчпочмаклар, M һәм M_1 нокталары — BC һәм B_1C_1 якларының урталары. $AB = A_1B_1$, $AM = A_1M_1$. $\Delta ABC =$ $= \Delta A_1B_1C_1$ булуын исбатлагыз.

М—10

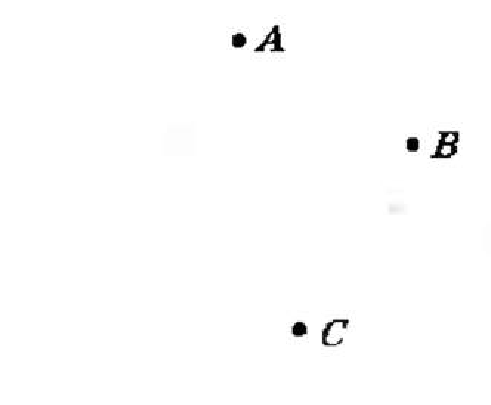
ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларында $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$ һәм $AB + AC = A_1B_1 + A_1C_1$, BD һәм B_1D_1 — бу өчпочмакларның медианалары. $BD = B_1D_1$ булуын исбатлагыз.

М—11

BD кисемтәсе — ABC өчпочмагының биеклеге. B түбәсеннән CB турысында B түбәсенең ике ягында AB га тигез булган BE һәм BK кисемтәләре салынган. ACда D ноктасыннан DA га тигез булган DF кисемтәсе салынган. A, E, K һәм F нокталарының бер әйләнәдә ятуын исбатлагыз.

М—12

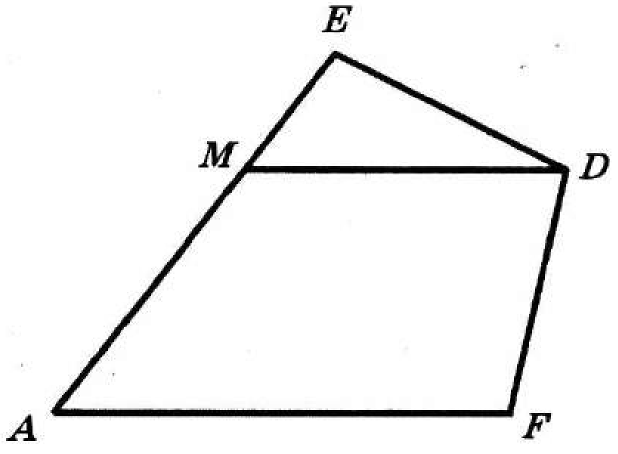
1. A һәм B нокталарыннан тигез ераклашкан һәм C ноктасыннан PQ га тигез ераклыкта урнашкан ноктаны төзегез (рәс. 141). Бирелгән нокталарның урнашуына һәм PQ кисемтәсенең озынлыгына бәйле рәвештә бу мәсьәләнең ничә чишелеше булуын ачыклагыз.
2. Ничек итеп циркуль белән сызгыч ярдәмендә 54° лы почмакны тигез өлешкә бүләргә мөмкин?



Рәс. 141

M—13

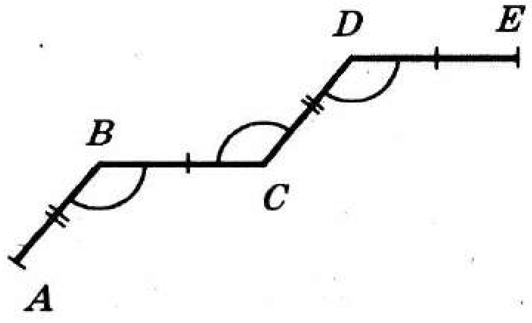
142 нче рәсемдә $AM = MD$, $DE = DF$ һәм $AE = AF$. $MD \parallel AF$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 142

M—14

1. 143 нче рәсемдә $AB = CD$ һәм $BC = DE$, $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE$. A, C һәм E нокталарының бер турыда ятуын исбатлагыз.
2. Тигезьянлы ABC өчпочмагында ($AB = BC$) BD — медиана. M — BC ның уртасы. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә M ноктасы аша узучы һәм BD га параллель булган туры сызыгыз.



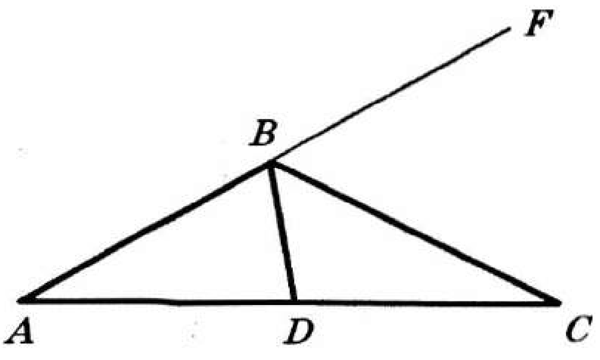
Рәс. 143

M—15

MN турысында M һәм N нокталары арасында A ноктасы сайлап алынган һәм MN ның бер ягына AB, AC һәм AD нурлары үткәрелгән. AB нурында K ноктасы сайлап алынган, аның аша MN га параллель булган AC һәм AD нурларын тиңдәшле рәвештә P һәм E нокталарында кисеп үтүче туры үткәрелгән, $KP = PA = PE$. $AB \perp AD$ булуын исбатлагыз.

М—16

144 нче рәсемдә BD — ABC өчпочмагының медианасы, өстәвенә $AB = 2BD$. BC ның DBF почмагының биссектрисасы булуын исбатлагыз.



Рәс. 144

М—17

1. ABC өчпочмагында B почмагы җәенке. Өчпочмак эчендә O һәм P нокталары билгеләнгән. PC нурында өчпочмакның тышында D ноктасы алынган. $ABO \geqslant ACD$ булганда, O һәм P нокталары ничек урнаша ала?
2. ABC өчпочмагында $AC = BD$, D — өчпочмак биссектрисаларының кисешү ноктасы, ә O — өчпочмакның барлык түбәләреннән тигез ераклашкан нокта. OD кисемтәсенең AB ягын E ноктасында кисеп үтүе һәм кисешү ноктасында урталай бүленүе билгеле. ABC өчпочмагының почмакларын табыгыз.

М—18

1. AC һәм BD кисемтәләре эчке ноктада $AB > AC$ булырлык итеп кисешәләр. $BD > CD$ булуын исбатлагыз.
2. ABC өчпочмагында медианалар M ноктасында кисешәләр. $\angle MAB = \angle MBA$, $\angle MCB = \angle MBC$ булуы билгеле. ABC өчпочмагын табыгыз.

М—19

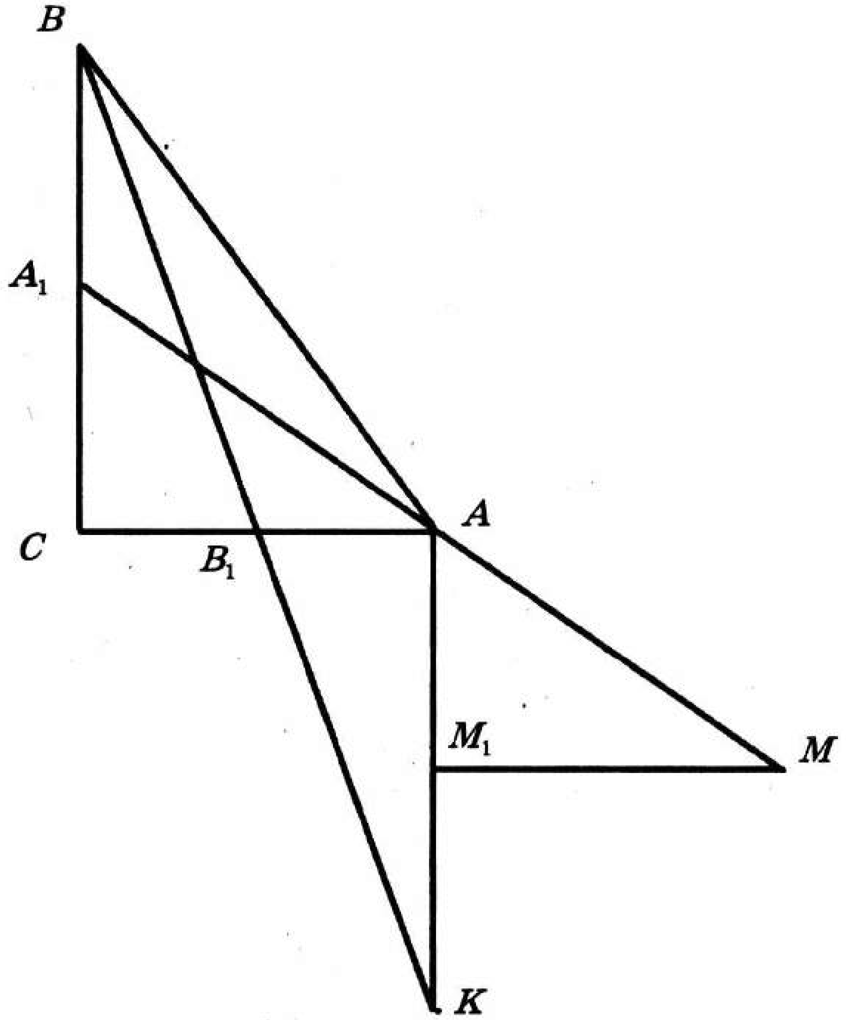
1. Өчпочмакның ике медианасының суммасы бу медианаларга үткәрелгән ике ягының ярым суммасыннан зуррак булуын исбатлагыз.
2. Тигезьяклы ABC өчпочмагы эчендә E ноктасы билгеләнгән. $EA < EB + EC$ булуын исбатлагыз.

М—20

1. ABC өчпочмагында $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. AB һәм BC якларында тиңдәшле рәвештә D һәм E нокталары билгеләнгән, $\angle EAD = 5^\circ$, $\angle ECD = 10^\circ$. $\angle EDC$ почмагын табыгыз.
2. Турыпочмаклы ABC өчпочмагының AB гипотенузасында E ноктасы алынган, ә өчпочмак эчендә — D ноктасы. AC турысына төшерелгән EM перпендикуляры AC катетын урталай бүлә, $\angle B = 45^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$, $\angle DCA = 60^\circ$. $EM = DC$ булуын исбатлагыз.

М—21

1. ABC өчпочмагында AA_1 һәм CC_1 биекләре тигез, $AC_1 = BA_1$. B почмагын табыгыз.
2. 145 нче рәсемдә $\angle ABC = 35^\circ$, $\angle BAC = 55^\circ$, $\angle AM_1M = 90^\circ$. A_1 һәм B_1 нокталары — тиңдәшле рәвештә BC һәм AC кисемтәләренең урталары, $AA_1 = AM$, $BB_1 = B_1K$. $AM_1 = BA_1$ булуын исбатлагыз.



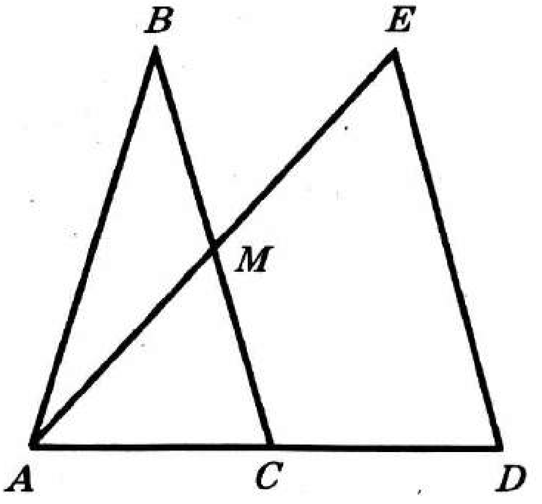
Рәс. 145

M—22

1. *A* ноктасыннан нindидер турыга *AB* һәм *AC* авышмалары һәм, *C* ноктасы *BD* кисемтәсенең уртасы булырлык итеп, *AD* перпендикуляры үткәрелгән. $AB > 2AC$ тигезсезлеге үтәлерме?
2. *ABC* өчпочмагында $\angle C = 90°$. *AB* ягында, $AB = 3AM$ булырлык итеп, *M* ноктасы алынган. *M* ноктасы аша *AC* га параллель булган *a* турысы үткәрелгән. *B* ноктасыннан *a* турысына кадәрге ераклыкның *a* һәм *AC* турылары арасындагы ераклыктан ике тапкыр зуррак булуын исбатлагыз.

M—23*

1. 146 нчы рәсемдә *B* һәм *E* ноктлары *AD* турысыннан тигез ераклашкан, ә *C* һәм *M* ноктлары — тиңдәшле рәвештә *AD* һәм *BC* кисемтәләренең урталары. $BC = ED$ булуын исбатлагыз.
2. Ике нокта *A*, *B* һәм *PO* кисемтәсе бирелгән. *AB* турысыннан *PO* озынлыгына ераклашкан һәм *AB* кисемтәсе очларыннан тигез ераклашкан ноктaларны төзегез.



Рәс. 146

M—24

1. *a* турысы һәм бу турыны кисүче *AB* кисемтәсе бирелгән. *a* турысында *C* ноктасын бу туры *ABC* өчпочмагы почмагының биссектрисасын эченә алырлык итеп төзегез.
2. *ABC* өчпочмагының *AB*, *BC* һәм *AC* якларында тиңдәшле рәвештә *M*, *P*, *K* ноктлары $MK \parallel BC$, $PK \parallel AB$ булырлык итеп алынган. *KM*, *KB*, *KP* кисемтәләре һәм *PKC* почмагы буенча *ABC* өчпочмагын ничек төзергә була?

M—25*

1. *ABC* өчпочмагының *AC* ягында *M* ноктасы алынган. *AB*, *BM* кисемтәләре һәм *AMB*, *BCM* почмаклары буенча *ABC* өчпочмагын төзегез.
2. *B* һәм *A* почмакларының суммасы, *BD* биеклеге һәм *AC* ягы буенча кысынкыпочмаклы *ABC* өчпочмагын төзегез.

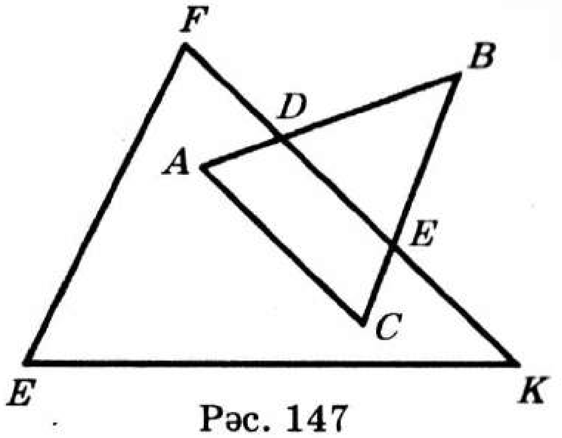
М—26

O үзәкле әйләнәдә A, B, C, D нокталары, AD һәм BC турылары параллель булырлык, ә O ноктасы алар арасында ятарлык итеп, бер-бер артлы билгеләнгән, $AD > BC$ һәм $\angle OBA = \angle OCD$.
1) $\angle AOB = \angle COD$ булуын исбатлагыз.
2) $AC = BD$ булуын исбатлагыз.
3) $\angle DBC = \angle CAD$ булуын исбатлагыз.
4) O ноктасыннан AD һәм BC турыларына кадәрге ераклыкларны чагыштырыгыз.

8 нче ВАРИАНТ

М—1

1. Парлап кисешүче дүрт турының ничә кисешү ноктасы булуы мөмкин? Һәр очрак өчен рәсемен ясагыз.
2. 147 нче рәсемдә очлары билгеләнгән нокталарда булган ничә кисемтә булуын табыгыз.



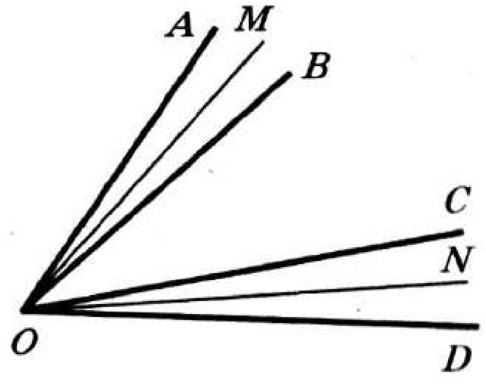
Рәс. 147

М—2

A — *MAF, FAK, KAP, PAQ, QAM* почмакларының уртак түбәсе. *A* ноктасы аша узмаучы *m* турысы бу почмакларның яклары булган өчтән артык булмаган нурны кисеп үтә. Мөмкин булган барлык очракларны тикшерегез. Рәсемне ясагыз.

М—3

1. *m* турысында *A* ноктасыннан ике кисемтә *AB* һәм *AC* салынган, өстәвенә $0{,}51AB < AC < AB$. *BC* һәм *AC* кисемтәләрен чагыштырыгыз. Җавапны дәлилләгез.
2. 148 нче рәсемдә *OM* һәм *ON* — *AOB* һәм *COD* почмакларының биссектрисалары, $\angle MON = \angle AOC$. *AOC* һәм *BOD* почмакларын чагыштырыгыз.



Рәс. 148

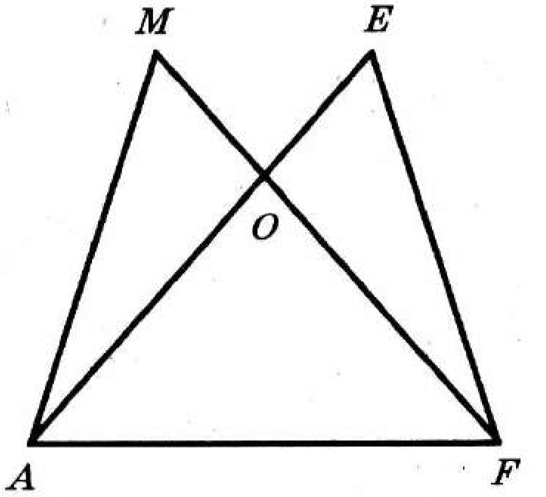
М—4

1. *AB* кисемтәсенең озынлыгы 12 см га тигез. *AB* турысында $MA = 2MB$ булырлык барлык *M* нокталарын табыгыз.
2. Туры почмакның түбәсеннән чыккан ике нур аны бер почмагы калган икесенең аермасына тигез булган өч почмакка бүлә. Бу почмакларның зуррагының градуслы үлчәмен табыгыз.

М—5

Бер нокта аша узучы биш туры хасил иткән һәм бер-берсе янында ятмаучы һәр биш почмакның суммасы ике туры почмакка тигез булуын исбатлагыз.

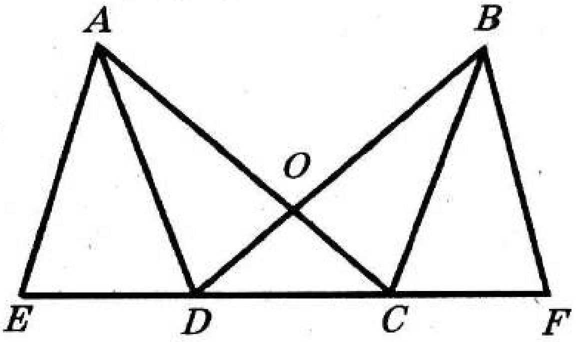
М—6



Рәс. 149

1. ABC өчпочмагында O ноктасы $\Delta AOB = \Delta COB$, $OA = OC$, $\angle AOC = 140°$ булырлык итеп сайлап алынган. BO ның ABC почмагының биссектрисасы булуын исбатлагыз һәм AOB почмагын табыгыз.
2. 149 нчы рәсемдә $\Delta\ AOM = \Delta\ FOE$, $\angle\ AMO = \angle\ AEF$. OEF өчпочмагының периметры 40 см га тигез, $AF = 20$ см. AEF периметрын табыгыз.

М—7



Рәс. 150

150 нче рәсемдә $AO = OB$, $OD = OC$ һәм $DE = CF$. $AE = BF$ булуын исбатлагыз.

М—8

Тигезьянлы ABC өчпочмагының яклары, $MA : AB = PC : AC = BK : CB = 2 : 1$ булырлык итеп, AM, CP һәм BK кисемтәләренә дәвам ителгән. MPK өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.

М—9

1. B түбәле почмакның бер ягында M һәм O нокталарын, ә икенчесендә, $BM = BP$, $BO < BM$, ә $\angle\ OPB = \angle\ KMB$ булырлык итеп, K һәм P нокталарын билгеләгез. Исбатлагыз:
   а) $MK = OP$;
   б) $TM = TP$, биредә T — MK һәм OP кисемтәләренең кисешү ноктасы.
2. AC һәм A_1C_1 — тигезьянлы ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларының нигезләре, M һәм M_1 нокталары BC һәм B_1C_1 якларының урталары, $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$. $\Delta\ ABM = \Delta\ A_1B_1M_1$ булуын исбатлагыз.

М—10

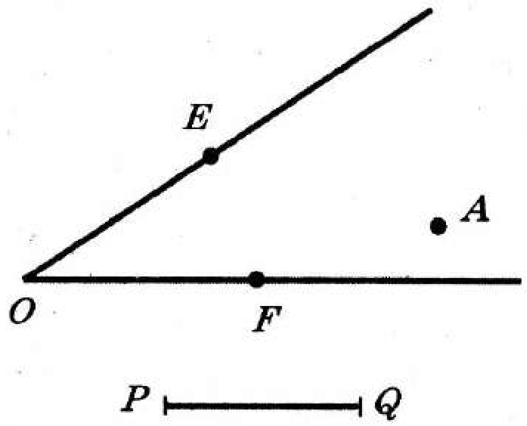
Медианасы һәм өчпочмакның почмагын бу медиана бүлгән почмаклары буенча өчпочмакларның тигезлеген исбатлагыз.

M—11

AB һәм *CD* — үзәге *O* ноктасында булган әйләнәнең ике диаметры. *OE* — *AOC* почмагының биссектрисасы. *OE* әйләнәне *K* ноктасында кисеп үтә, өстәвенә $KE = KO$. *KCO* өчпочмагының периметры әйләнәнең радиусыннан 3 тапкырга зуррак. *E, A, C* һәм *O* нокталарының бер әйләнәдә ятуын исбатлагыз.

M—12

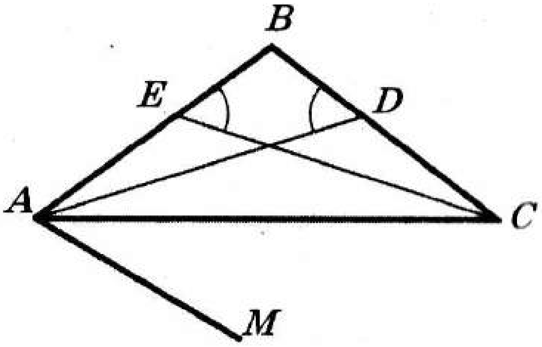
1. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә *M* ноктасын *A* ноктасыннан *PQ* га тигез ераклыкта һәм $\angle MEO = \angle MFO$ ($OE = OF$) булырлык итеп төзегез (рәс. 151). *PQ* кисемтәсенең озынлыгына бәйле рәвештә бу мәсьәләнең ничә чишелеше булуын ачыклагыз.
2. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә ничек итеп $35°$ ка тигез булган почмакны 7 тигез өлешкә бүләргә мөмкин?



Рәс. 151

M—13

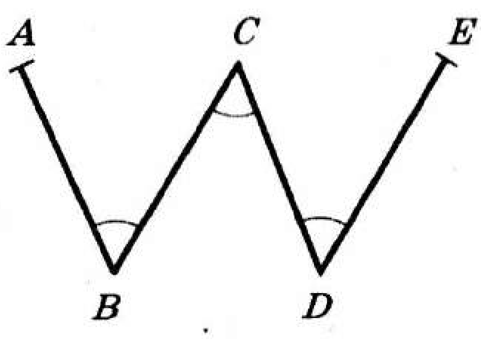
152 нче рәсемдә *AC* — *BAM* почмагының биссектрисасы, $AD = CE$, $BE = BD$, $\angle BDA = \angle BEC$. $AM \parallel BC$ булуын исбатлагыз.



Рәс. 152

M—14

1. 153 нче рәсемдә $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE$. *A, C* һәм *E* нокталарының бер турыда ятуын исбатлагыз.
2. *ABC* өчпочмагында *BD* — *ABC* почмагының биссектрисасы, *M* — *AB* ның уртасы. *M* ноктасы аша узучы һәм *BD* га параллель булган циркуль һәм сызгычтан файдаланып туры төзегез.



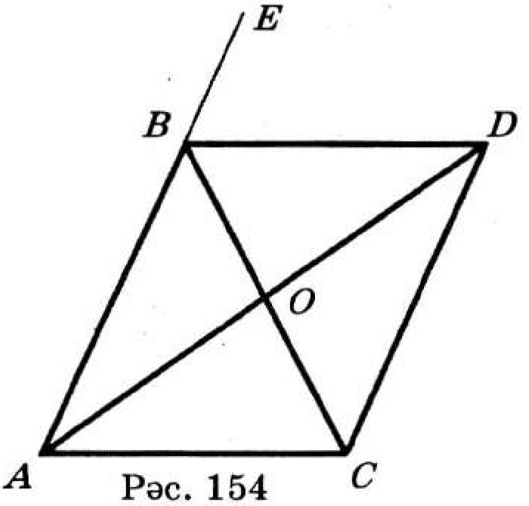
Рәс. 153

М—15

AB кисемтәсендә *C* ноктасы алынган. *A* һәм *B* ноктaлары аша *AB* дан бер якка параллель турылар үткәрелгән. Аларга $AD = AC$ һәм $BE = BC$ кисемтәләре салынган. *C* ноктасы туры кисемтәләре белән һәм *E* нокталары белән тоташтырылган. $DC \perp CE$ булуын исбатлагыз.

М—16

154 нче рәсемдә $AB = BC$, $AO = OD$ һәм $BO = OC$. *BD* — *EBC* почмагының биссектрисасы булуын исбатлагыз.



Рәс. 154

М—17

1. *ABC* өчпочмагында *B* почмагы җәенке. Өчпочмак эчендә, *OBC* почмагы *APC* почмагыннан кечерәк булырлык итеп, *O* һәм *P* нокталарын билгеләргә буламы?
2. *ABC* өчпочмагында $AB = BC$. *A* һәм *C* түбәләре янындагы тышкы почмакларның биссектрисалары *O* ноктасында кисешүче турыларда ята. $AO = OB = OC$ тигезлеге үтәлергә мөмкинме?

М—18

1. *ABC* өчпочмагының эчендә *D* ноктасы алынган. $\angle BCD + \angle BAD > \angle DAC$. $AC > DC$ булуын исбатлагыз.
2. Җәенкепочмаклы *ABC* өчпочмагында, $\angle BOC = \angle BCO$, $\angle BOA = BAO$ булырлык итеп, биеклекләрнең дәвамнары *O* ноктасында кисешәләр. *BCA* почмагын табыгыз.

М—19

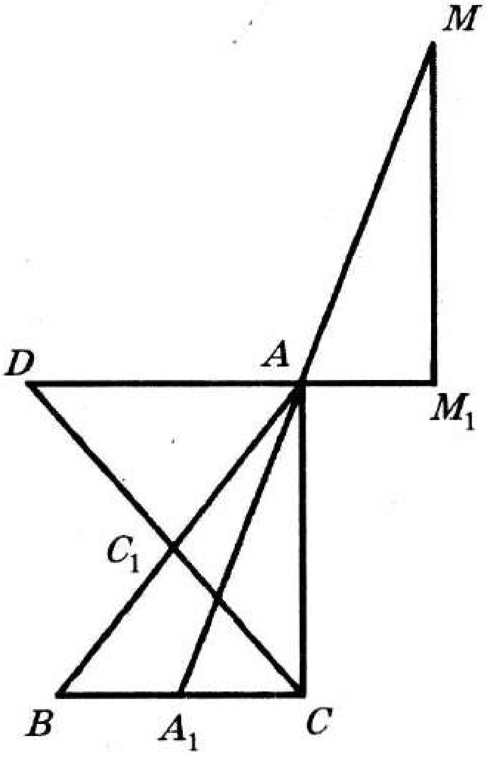
1. *AC* һәм *BD* кисемтәләре эчке ноктада кисешәләр. $2(BD + AC) > BC + AD + AB + CD$ булуын исбатлагыз.
2. Тигезьянлы *ABC* өчпочмагының тышында *E* ноктасы билгеләнгән, ә аның эчендә — *M* ноктасы. $MA < BE + EC$ булуын исбатлагыз.

М—20

1. ABC өчпочмагында $\angle B = 90°$. BC ягында алынган D ноктасыннан BC га перпендикуляр булган һәм AC ны O ноктасында кисүче DE кисемтәсе үткәрелгән, $\angle DOC = 70°$, $\angle DEC = 45°$, $\angle BAD = 50°$. AED почмагын табыгыз.
2. ABC өчпочмагында $\angle C = 90°$, $\angle B = 45°$. CE кисемтәсе AB ягын кисеп үтә, $\angle CEA = 90°$. AB һәм AC якларында, M ноктасы AC ның уртасы һәм $PM \perp AC$, $PM = EA$ булырлык итеп, P һәм M нокталары алынган. EAC почмагын табыгыз.

М—21

1. ABC өчпочмагында AA_1 һәм CC_1 биеклекләре O ноктасында кисешәләр, $\angle BAA_1 = \angle ACC_1$, $A_1O = C_1O$. $AC = 2BA_1$ булуын исбатлагыз.
2. 155 нче рәсемдә $\angle ABC = 50°$, $\angle BAC = 40°$, $\angle AM_1M = 90°$, $AM_1 = BA_1$, $A_1A = AM$. Әгәр A_1 һәм C_1 нокталары тиңдәшле рәвештә BC һәм AB ның урталары булса, $DC_1 = C_1C$ булуын исбатлагыз.



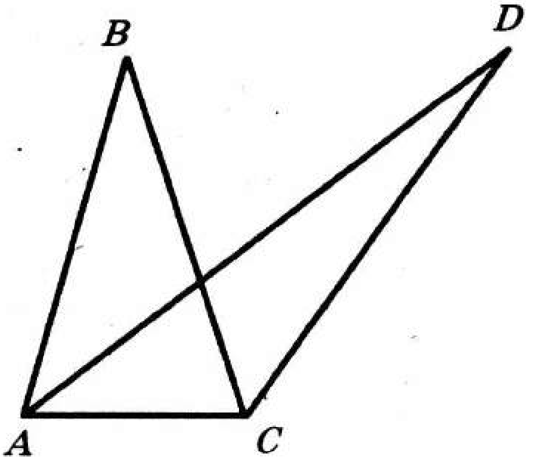
Рәс. 155

М—22

1. A ноктасыннан ниндидер турыга AC перпендикуляры һәм AB авышмасы үткәрелгән. E һәм D нокталары тиңдәшле рәвештә AB һәм AC кисемтәләрендә ята. $ED < AB$ булуын исбатлагыз.
2. MKP өчпочмагында $\angle P = 90°$. Тиңдәшле рәвештә MK һәм PK якларында алынган A һәм B нокталары аша MP га параллель булган AB турысы үткәрелгән. AB һәм MP турылары арасындагы ераклык K ноктасыннан AB турысына кадәрге ераклыктан ике тапкырга зуррак. $MP = 3AB$ булуын исбатлагыз.

М—23*

1. 156 нчы рәсемдә $AB = BC$, B һәм D нокталары AC турысыннан B һәм D нокталарына ераклашкан. $2BC < AD + DC$ булуын исбатлагыз.
2. ABC почмагы бирелгән, аның түбәсе аша почмакның тышында a турысы үткәрелгән һәм PO кисемтәсе бирелгән. ABC почмагы эчендә a турысыннан PO ераклыгында урнашкан һәм AB һәм BC турыларыннан тигез ераклашкан нокта төзегез.



Рәс. 156

М—24

1. A почмагы һәм аның эчендә M ноктасы бирелгән. Почмакның якларында, AM кисемтәсе ABC өчпочмагының медианасы булырлык итеп, B һәм C нокталарын төзегез.
2. PQ, P_1Q_1, P_2Q_2 кисемтәләре һәм hk почмагы бирелгән. Өчпочмакта PQ га тигез булган AM кисемтәсе AB ягында, ә P_1Q_1 гә тигез булган CE кисемтәсе BC ягында, $AC - ME = P_2Q_2$, $ME \parallel AC$, $\angle AMC = \angle hk$ булырлык итеп, ничек шундый ABC өчпочмагын төзергә була?

М—25*

1. ABC өчпочмагының AC ягында M ноктасы алынган. BC, AM кисемтәләре һәм ABM, AMB почмаклары буенча ABC өчпочмагын төзегез.
2. A һәм B почмакларының аермасы, CD биеклеге һәм BC ягы буенча кысынкыпочмаклы өчпочмак төзегез.

М—26

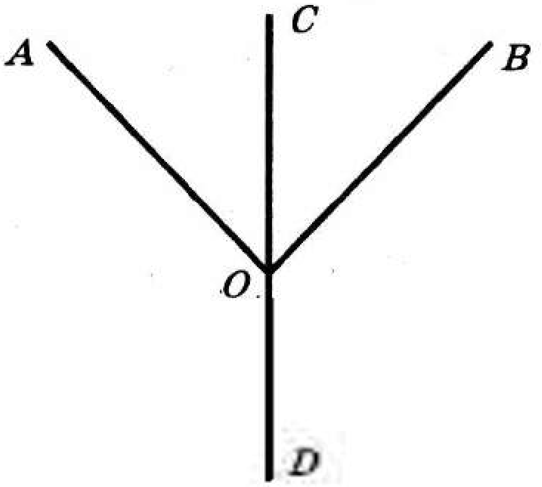
Ниндидер бер әйләнәдә T ноктасында кисешүче тигез ике хорда KM һәм PH үткәрелгән. O әйләнәсенең үзәге KHT өчпочмагының эчендә урнашкан, өстәвенә O ноктасыннан HK турысына кадәрге ераклык, O ноктасыннан PM турысына кадәрге ераклыкка караганда, кечерәк, $\angle MPH = \angle MKH$.

1) $\angle KOM = \angle POH$ булуын исбатлагыз.
2) $\angle POK + 2\angle OMH = 180°$ булуын исбатлагыз.
3) $PM \parallel KH$ булуын исбатлагыз.
4) PM һәм KH кисемтәләрен чагыштырыгыз.

КОНТРОЛЬ ЭШЛӘР

К—1 **1 нче вариант**

1°. 157 нче рәсемдә *OC* нуры — *AOB* почмагының биссектрисасы. *AOB* почмагы туры булса, *BOD* почмагын табыгыз.



Рәс. 157

2°. Турыда *A, B, C, D* нокталары; *C* ноктасы *A* һәм *B* нокталары арасында, ә *B* ноктасы *CD* кисемтәсенеке булырлык итеп билгеләнгән. *AC* = 65 см, *BD* = 6,4 дм. *AB* һәм *CD* кисемтәләрен чагыштырыгыз.

3. *AD* һәм *BC* турылары *O* ноктасында кисешә. *AOB* почмагы эчендә *M* ноктасы, ә *COD* почмагы эчендә *K* ноктасы алынган. $\angle AOB = 80°$, $\angle MOB = 30°$, $\angle KOD = 40°$.

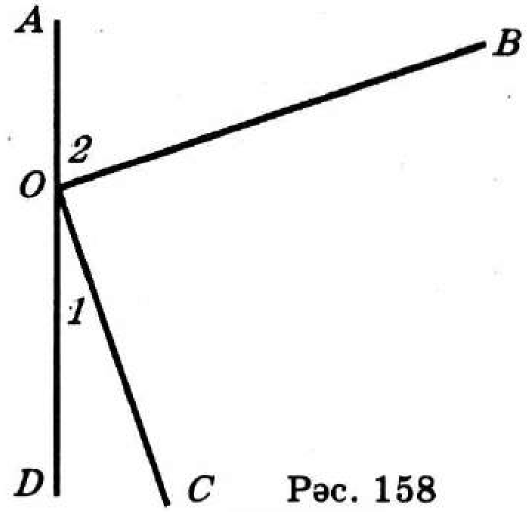
а) *AOM* һәм *COK* почмакларын табыгыз.

б) *MOB* һәм *COK* почмаклары вертикаль буламы? Җавапны аңлатыгыз.

4*. Өч туры бирелгән, аларның һәрберсе, берне булса да, икенчесен кисеп үтә. Андый турыларның барлыгы ничә кисешү ноктасы була?

К—1 **2 нче вариант**

1°. 158 нче рәсемдә *BOC* почмагы туры. $\angle 2 = 70°$ булса, 1 почмагын табыгыз.



Рәс. 158

2°. *C* ноктасы — *AB* кисемтәсенең уртасы, ә *D* ноктасы — *AC* кисемтәсенең уртасы, *BD* = 15,3 см. *AC* кисемтәсенең озынлыгын табыгыз. Җавапны миллиметрда белдерегез.

3. *PE* һәм *HM* кисемтәләре перпендикуляр турыларда ята һәм *K* ноктасында кисешәләр. *PKH* почмагы эчендә *A* ноктасы алынган, ә *MKE* почмагы эчендә — *B* ноктасы. $\angle AKH = 40°$, $\angle MKB = 50°$.

а) *PKA* һәм *BKE* нокталарын табыгыз.

б) *A, K, B* нокталары бер турыда ятамы?

Җавапны аңлатыгыз.

4*. Алты кисемтәне аларның һәрберсе калган өчесе белән уртак ноктасы һәм бу барлык нокталарның саны төгәл бишкә тигез булырлык итеп урнаштырыгыз.

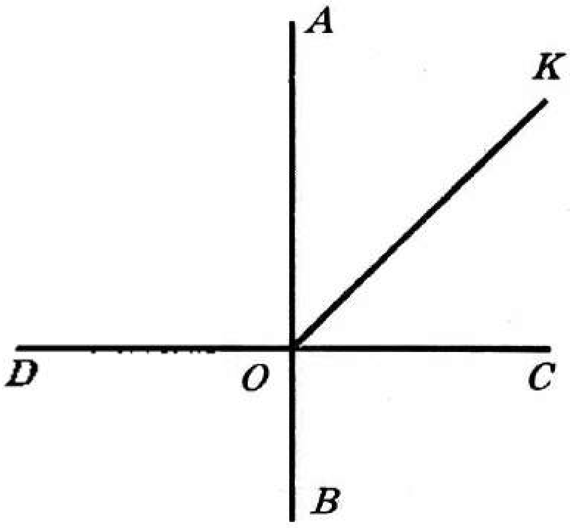
К—1

3 нче вариант

1°. 159 нчы рәсемдә AB һәм CD турылары үзара перпендикуляр. $\angle KOD = 135°$. OK нуры AOC почмагының биссектрисасы буламы?

2°. PH кисемтәсендә, K ноктасы P һәм M нокталары арасында ятарлык итеп, K һәм M нокталары билгеләнгән, $HK = 53{,}5$ см, $PM = 535$ мм. PK һәм HM кисемтәләрен чагыштырыгыз.

3. Җәелгән AOB почмагы яссылыкны ике өлешкә бүлә. E ноктасы — бер өлештә, P ноктасы икенчесендә ята; $\angle EOB = 50°$, $\angle POB = 130°$.



Рәс. 159

а) EOB һәм POA почмаклары тигезме?

б) EOB һәм POA почмаклары вертикаль буламы?

Җавапларны аңлатыгыз.

4*. Һәр кисемтәгә өчешәр нокта туры килерлек итеп, алты ноктаны бер турыда ятмаучы дүрт кисемтәдә урнаштырырга буламы?

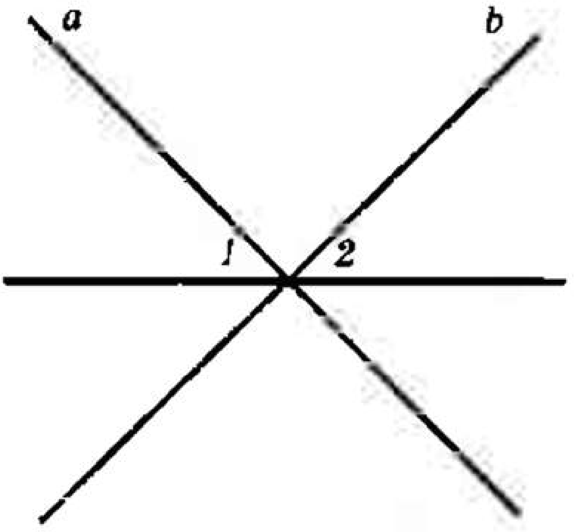
К—1

4 нче вариант

1°. 160 нчы рәсемдә a һәм b турылары үзара перпендикуляр. 1 һәм 2 почмакларының суммасын табыгыз.

2°. E ноктасы турыда P һәм K нокталары арасында ята, ә K ноктасы EM кисемтәсенә керә; $PE = 5$ см, $EK = 6$ см, $KM = 8$ см. PE һәм KM кисемтәләренең урталары арасындагы ераклыкны табыгыз. Җавапны миллиметрда белдерегез.

3. Җәелгән AOB почмагы яссылыкны ике өлешкә бүлә. OM нуры — бер өлештә, ә OK нуры икенчесендә ята. MOA һәм KOB почмакларының туры почмак булуы билгеле.



Рәс. 160

а) BOM һәм KOA почмаклары тигезме?

б) MK һәм AB турылары үзара перпендикуляр буламы?

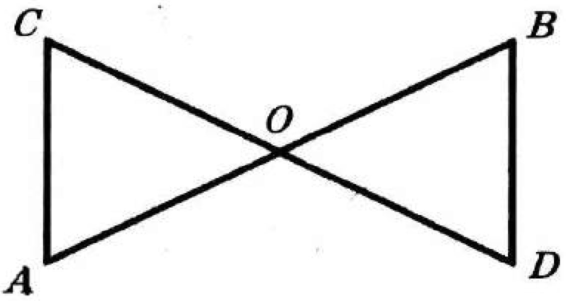
Җавапларны аңлатыгыз.

4*. Араларында кисешүче турылар булган өч туры яссылыкны ничә өлешкә бүләргә мөмкин?

К—2

1 нче вариант

1°. 161 нче рәсемдә AB һәм CD кисемтәләренең урталары уртак. AOC һәм BOD өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.



Рәс. 161

2°. Туры һәм кисемтә бирелгән. Ноктадан бу турыга төшерелгән перпендикуляр бирелгән кисемтәгә тигез булырлык итеп, ноктаны төзегез.

3. ABC өчпочмагында $AB = BC$. BE медианасында M ноктасы, ә AB һәм BC якларында тиңдәшле рәвештә P һәм K нокталары билгеләнгән. (P, M һәм K нокталары бер турыда ятмый.) $\angle BMP = \angle BMK$ булуы билгеле. Исбатлагыз:

а) BPM һәм BKM почмакларының тигез булуын.

б) PK һәм BM турыларының үзара перпендикуляр булуын.

4*. 54° ка тигез булган почмак бирелгән. Циркуль белән сызгыч ярдәмендә 18° лы почмак төзергә буламы?

К—2

2 нче вариант

1°. 162 нче рәсемдә BD нуры — ABC почмагының биссектрисасы, ә DB нуры — ADC почмагының биссектрисасы. ABD һәм CBD өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.

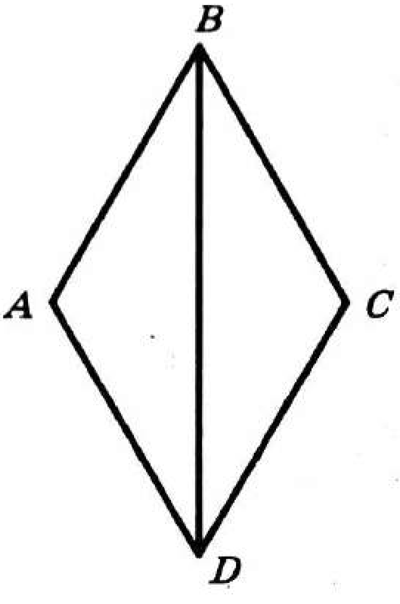
2°. Кисемтә бирелгән. Үзара перпендикуляр булган нинди дә булса ике туры төзегез һәм аларның берсендә бирелгәнгә тигез кисемтә салыгыз.

3. ABC өчпочмагы эчендә O ноктасы алынган, өстәвенә $\angle BOC = \angle BOA$, $AO = OC$.

а) BAC һәм BCA почмакларының тигез булуын исбатлагыз.

б) BO турысының AC кисемтәсе уртасы аша узуын исбатлагыз.

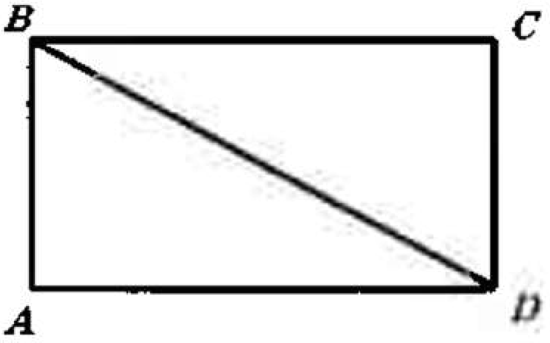
4*. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә ничек итеп 11°15′ ка тигез булган почмак төзергә була?



Рәс. 162

К—2

3 нче вариант



Рәс. 163

1°. 163 нче рәсемдә *AB* кисемтәсе *CD* кисемтәсенә тигез, ә *BC* кисемтәсе *AD* кисемтәсенә тигез. *AB* һәм *CB* өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.

2°. Җәелгән почмак һәм кисемтә бирелгән. Почмакның түбәсеннән бирелгән кисемтәнең яртысына тигез ераклыкта урнашкан ноктаны төзегез.

3. *AC* нигезенә үткәрелгән тигезьянлы *ABC* өчпочмагының биеклегендә *P* ноктасы алынган, ә *AB* һәм *BC* якларында — тиңдәшле рәвештә *M* һәм *N* ноктлары. (*M, P* һәм *K* ноктлары бер турыда ята.) *BM* = *BK* булуы билгеле.

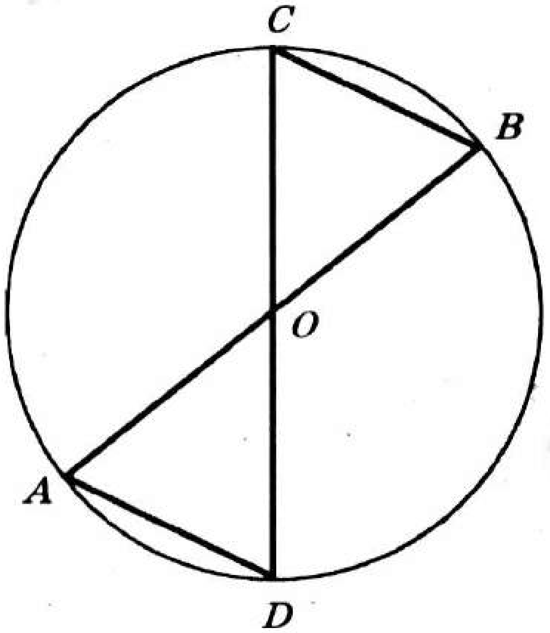
а) *BMP* һәм *BKP* почмакларының тигез булуын исбатлагыз.

б) *KMP* һәм *PKM* почмакларының тигез булуын исбатлагыз.

4*. 34° лы почмак бирелгән. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә 12° лы почмак төзеп буламы?

К—2

4 нче вариант



Рәс. 164

1°. 164 нче рәсемдә *AB* һәм *CD* кисемтәләре — әйләнәнең диаметрлары. *AOD* һәм *BOC* өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.

2°. Җәелгән почмак һәм кисемтә бирелгән. Бирелгәнгә тигез булган нинди дә булса почмак төзегез һәм аның ягында почмак түбәсеннән бирелгән кисемтәнең яртысына тигез ераклыкта нокта төзегез.

3. Нигезе *AC* булган тигезьянлы *ABC* өчпочмагының *AB, BC, AC* якларында, ∠ *AMP* = ∠ *PKC* һәм *AM* = *KC* булырлык итеп, *M, K, P* ноктлары билгеләнгән.

а) *MP* = *PK* булуын исбатлагыз.

б) *MK* һәм *BP* турыларының үзара перпендикуляр булуын исбатлагыз.

4*. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә ничек итеп 67°30′ лы почмак төзергә мөмкин?

К—3

1 нче вариант

1°. 165 нче рәсемдә $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 = 50°$. 4 почмагын табыгыз.

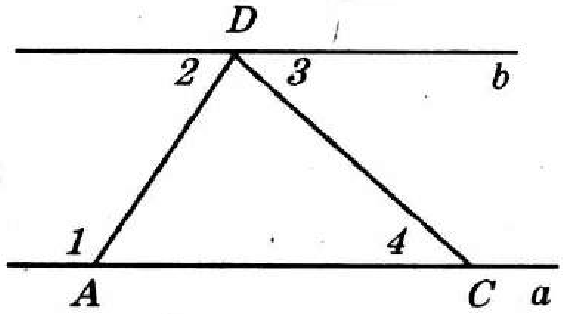
2°. Өчпочмакның ике ягы бер турыга параллель була аламы?

3. *ABC* өчпочмагының *AB*, *BC*, *AC* якларында тиңдәшле рәвештә *T*, *P*, *M* нокталары билгеләнгән: $\angle MPC = 51°$, $\angle ABC = 52°$, $\angle ATM = 52°$.

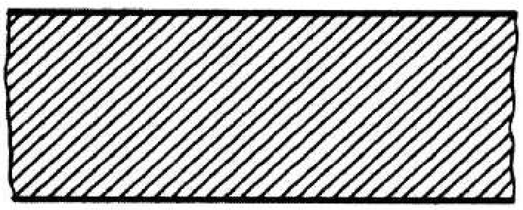
а) *TMP* почмагын табыгыз.

б) *MP* һәм *BT* турыларының бер уртак ноктасы булуын исбатлагыз.

4*. Картоннан кырыйлары параллель булган полосалар рәвешендәге шаблон кисеп алынган (рәс. 166). Ничек итеп бу шаблон ярдәмендә бирелгәнгә тигез почмак төзергә?



Рәс. 165



Рәс. 166

К—3

2 нче вариант

1°. 167 нче рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 140°$. 4 почмагын табыгыз.

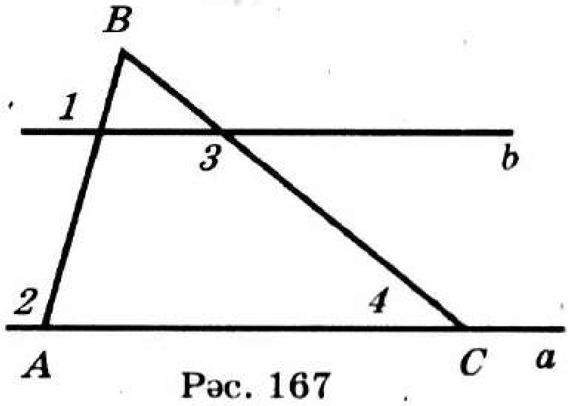
2°. *ABC* өчпочмагының эчке өлкәсендә алынган нокта аша *AB* турысына параллель итеп туры үткәрелгән. Бу туры *BC* турысын кисеп үтәме?

3. Турыга бер-бер артлы *AB*, *BC*, *CD* кисемтәләре салынган. *E* һәм *P* нокталары бу турының төрле якларында ята. $\angle ABE = \angle PCD = 143°$, $\angle PBD = 49°$, $\angle ACE = 48°$.

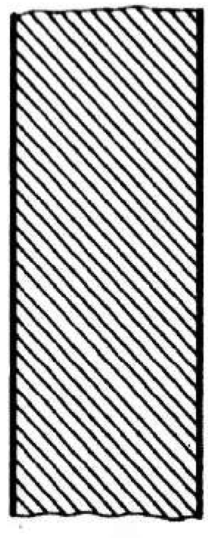
а) *BE* һәм *PC* турыларының параллель булуын исбатлагыз.

б) *PB* һәм *CE* турыларының кисешүен исбатлагыз.

4*. Картоннан кырыйлары параллель булган полосалар рәвешендәге шаблон кисеп алынган (рәс.168). Ничек итеп бу шаблон ярдәмендә суммасы 180° ка тигез булган ике чиктәш булмаган почмак төзергә мөмкин?



Рәс. 167



Рәс. 168

К—3 **3 нче вариант**

1°. 169 нчы рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 120°$. 4 почмагын табыгыз.

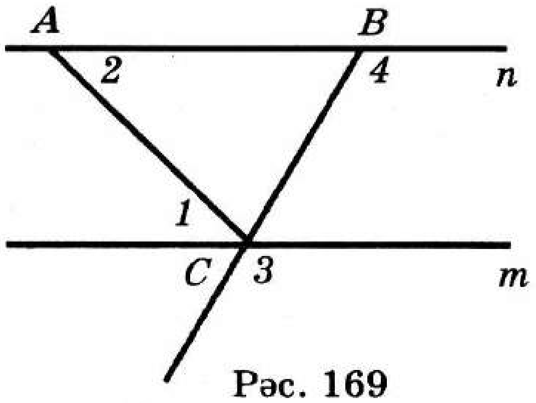
2°. Өч туры: a, b, c бирелгән; $a \parallel b$, $b \parallel c$. a һәм c турыларының ничә уртак ноктасы бар?

3. Турыдан бер якта ятучы A һәм B нокталарыннан бу турыга AC һәм BD перпендикулярлары үткәрелгән; $\angle BAC = 117°$.

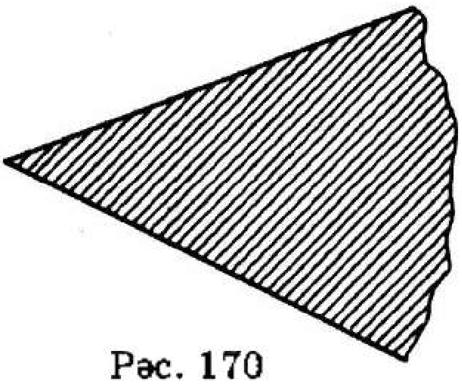
а) ABD почмагын табыгыз.

б) AB һәм CD турыларының кисешүен исбатлагыз.

4*. Картоннан җәелмәгән почмак рәвешендәге шаблон кисеп алынган (рәс. 170). Бу шаблон ярдәмендә ничек итеп параллель турыларда ятучы ике кисемтә төзергә?



Рәс. 169


Рәс. 170

К—3 **4 нче вариант**

1°. 171 нче рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$, $AB \perp a$. 3 почмагын табыгыз.

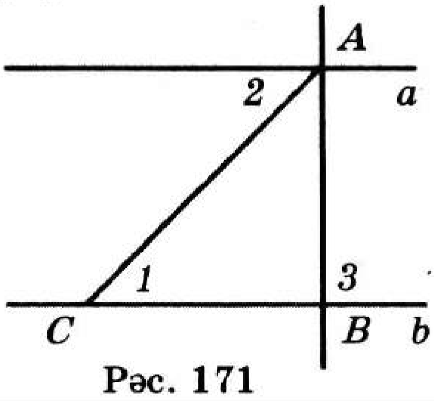
2°. Өч туры: a, b, c бирелгән; $a \parallel b$, a турысы c турысын кисеп үтә. b һәм c турыларының ничә уртак ноктасы бар?

3. 43° ка тигез булган A почмагының ягында B һәм C нокталары, ә почмак эчендә, $\angle ABD = 137°$, $\angle BDC = 45°$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән.

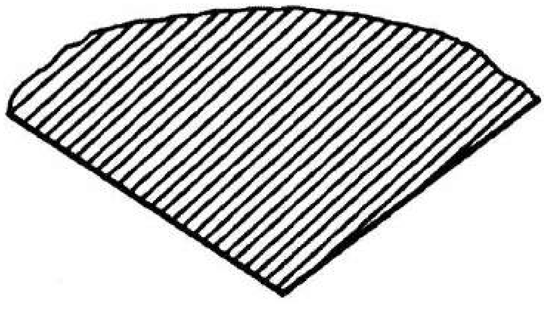
а) ACD почмагын табыгыз.

б) AB һәм DC турыларының уртак ноктасы булуын исбатлагыз.

4*. Картоннан җәелмәгән почмак рәвешендәге шаблон кисеп алынган (рәс. 172). Ничек итеп бу шаблон һәм бүлемнәре булмаган сызгыч ярдәмендә ике турының параллельлеген тикшерергә?



Рәс. 171


Рәс. 172

К—4 1 нче вариант

1°. ABC өчпочмагында $\angle B = 70°$, $\angle C = 60°$. AC һәм BC кисемтәләрен чагыштырыгыз.

2°. ABC һәм MPK өчпочмаклары бирелгән. $\angle A = \angle M = 90°$, $\angle C = \angle K$, $BC = KP$, $AC = \frac{1}{2}BC$. P почмагын табыгыз.

3. ABC өчпочмагында $\angle A = 90°$, $\angle C = 15°$. AC ягында, $\angle DBC = 15°$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән.

а) $BD = 2AB$ булуын исбатлагыз.

б) $BC < 4AB$ булуын исбатлагыз.

4*. Өчпочмакта барлык якларының озынлыклары төрлечә. Бу өчпочмакны тигезьяклы өчпочмакларга бүлеп буламы?

К—4 2 нче вариант

1°. ABC өчпочмагында $AB > BC > AC$. Өчпочмак почмакларының берсе 120° ка, икенчесе 40° ка тигез булса, A, B, C почмакларын табыгыз.

2°. ABC һәм MKP өчпочмакларында $\angle A = \angle M = 90°$, $AB = MP$, $BC = KP$, $\angle B = 30°$. $KM = \frac{1}{2} KP$ булуын исбатлагыз.

3. ABC өчпочмагында $\angle C = 60°$. AC ягында, $\angle BDC = 60°$, $\angle ABD = 30°$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән.

а) $AD = BC$ булуын исбатлагыз.

б) ABC өчпочмагының периметры биш BC кисемтәсе озынлыгыннан кимрәк булуын исбатлагыз.

4*. Нинди дә булса дүрт тигезьянлы өчпочмактан тигезьянлы өчпочмак төзеп буламы?

К—4 3 нче вариант

1°. ABC өчпочмагының B түбәсе янындагы тышкы почмагы 40° ка тигез, ә бу өчпочмакның бер эчке почмагы 20° ка тигез. AB һәм BC кисемтәләрен чагыштырыгыз.

2°. ABC һәм MPK өчпочмаклары бирелгән, биредә $\angle A = \angle M = 90°$, $BC = PK$, $\angle C = \angle K$. $AB + PK > AC$ булуын исбатлагыз.

3. ABC өчпочмагында B почмагы туры, BD — өчпочмакның биеклеге.

а) $\angle A = \angle DBC$ булуын исбатлагыз.

б) $A < C$ булса, $AD > DC$ булуын исбатлагыз.

4*. Нинди дә булса турыпочмаклы өчпочмакны берсе тигезьяклы, икенчесе тигезьянлы булган ике өчпочмакка бүлеп буламы?

К—4 **4 нче вариант**

1°. ABC өчпочмагында A һәм C почмаклары тигез, BD — өчпочмакның биеклеге. ABD һәм CBD өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.

2°. ABC өчпочмагында A почмагы туры, C почмагы $60°$ ка тигез. $AB < 2AC$ булуын исбатлагыз.

3. ABC өчпочмагының AC һәм BC якларында тиңдәшле рәвештә M һәм H нокталары, ABC һәм CMH почмаклары тигез булырлык итеп билгеләнгән.

а) MHC һәм CAB почмакларының тигез булуын исбатлагыз.

б) $MH < CM$ булса, $AB < BC$ булуын исбатлагыз.

4*. Өчпочмакның барлык яклары төрле озынлыкта. Бу өчпочмакны ике тигез өчпочмакка бүлеп буламы?

К—5 **1 нче вариант**

ABC өчпочмагында $\angle A = \angle C = 45°$.

а)° Өчпочмакның нинди булуын ачыклагыз һәм аны AB ягында төзегез.

б)° BD медианасы ABC өчпочмагын ике тигез өчпочмакка бүлүен исбатлагыз.

в) ABC өчпочмагының BD медианасына перпендикуляр булган BK турысында AC турысы белән кисешү ноктасы булмавын исбатлагыз.

г) ABC өчпочмагының BD медианасына перпендикуляр булган BK турысы бу өчпочмакның бер тышкы почмагының биссектрисасын үз эченә алуын исбатлагыз.

д)* E ноктасы ABC өчпочмагының BD медианасын үз эченә алган турыда ятса, $AE = EC$ тигезлеге үтәлерме?

К—5 **2 нче вариант**

ABC өчпочмагында $\angle A = \angle C = 60°$.

а)° Өчпочмакның нинди булуын ачыклагыз һәм аны AB ягында төзегез.

б)° M, H, K нокталары ABC өчпочмагының тиңдәшле рәвештә AB, BC һәм AC якларының урталары булса, MBH өчпочмагының HKC өчпочмагына тигез булуын исбатлагыз.

в) M һәм H тиңдәшле рәвештә AB һәм BC якларының урталары булса, BMH почмагын табыгыз һәм $MH \parallel AC$ булуын исбатлагыз.

г) M һәм H нокталары ABC өчпочмагының тиңдәшле рәвештә AB һәм BC якларының урталары булса, B ноктасыннан HM турысына кадәрге ераклыкның MH һәм AC арасындагы ераклыкка тигез булуын исбатлагыз.

д)* ABC өчпочмагының түбәләреннән тигез ераклашкан ноктаны ничек төзергә була?

К—5 **3 нче вариант**

ABC өчпочмагында $\angle A = 60°$, $\angle C = 30°$.

а)° Өчпочмакның нинди булуын ачыклагыз һәм аны AB ягында төзегез.

б)° M ноктасы ABC өчпочмагының тышында $MA \parallel BC$ һәм $MC \parallel AB$ булырлык итеп урнашса, CMA һәм ABC өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.

в) M ноктасы ABC өчпочмагының тышында урнашса һәм $MA \parallel BC$, $MC \parallel AB$ булса, $AB \perp MA$, $BC \perp MC$, $CM \perp MA$ булуын исбатлагыз.

г) O ноктасы AC кисемтәсенең уртасы булса, BOA почмагын табыгыз.

д)* M ноктасы ABC өчпочмагының тышында һәм $MA \parallel BC$, $MC \parallel AB$ булса, A, B, C, M нокталары аша әйләнә үткәреп буламы?

К—5 **4 нче вариант**

Тигез AB һәм CD кисемтәләре O ноктасында кисешә, бу нокта аларның һәрберсенең уртасы булып тора, өстәвенә $AD = AO$.

а)° ADO өчпочмагының нинди булуын ачыклагыз һәм AD кисемтәсе бирелгән булса, мәсьәләнең шартында әйтелгән AB һәм CD кисемтәләрен төзегез.

б)° $BC \parallel AD$ булуын исбатлагыз.

в) M ноктасы AD кисемтәсенең уртасы булганда, OM һәм CO кисемтәләрен чагыштырыгыз.

г) Әгәр E ноктасы BCO һәм DAO почмаклары биссектрисаларының кисешү ноктасы булса, AEC почмагын табыгыз.

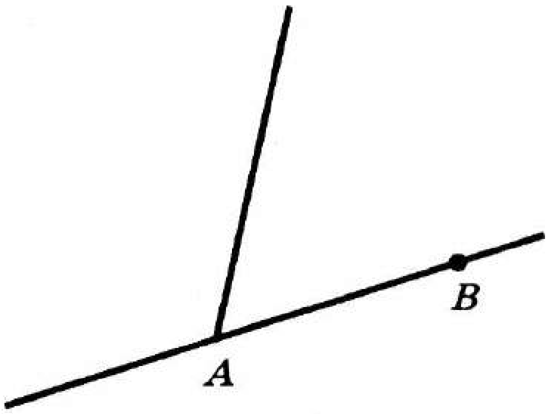
д)* M ноктасы ADның уртасы, H ноктасы BCның уртасы булса, O ноктасы MH кисемтәсенең уртасы буламы?

МАТЕМАТИК ДИКТАНТЛАР

МД—1

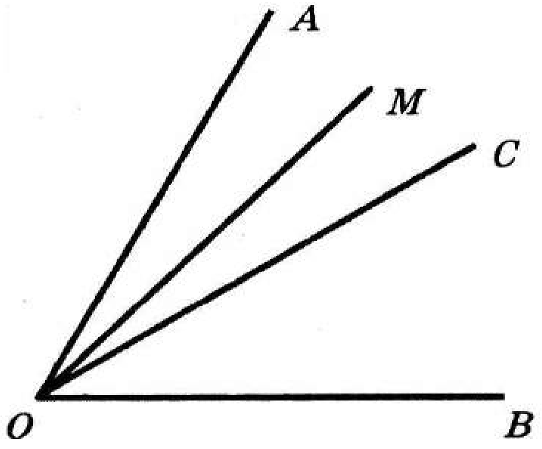
1 нче ВАРИАНТ

1. Ике кисешүче туры сызыгыз һәм аларның берсендә икенче белән уртак ноктасы булмаган кисемтә сайлап алыгыз. Бервакытта ике турыга да керүче ноктаны күрсәтегез.
2. 173 нче рәсемдә башлангычы күрсәтелгән нокталарда сурәтләнгән ничә нур бар?

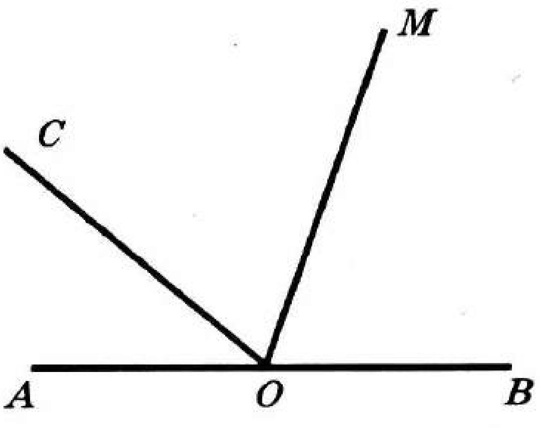


Рәс. 173

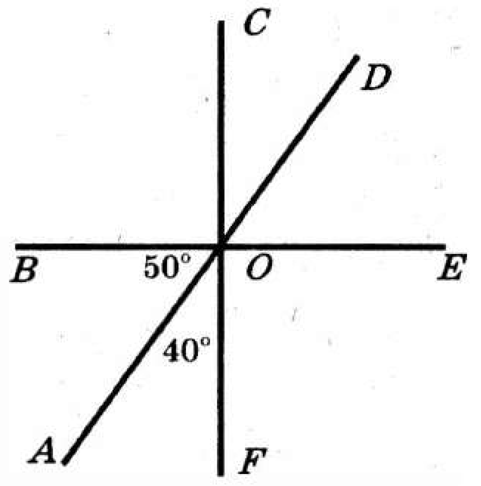
3. Җәелмәгән *AOB* почмагы сызыгыз. Аның эчке өлкәсендә *OM* нуры үткәрегез. *AOM* почмагының эчке өлкәсенә керүче *K* ноктасын һәм *AOB* почмагының тышкы өлкәсенә керүче *N* ноктасын билгеләгез.
4. а) Кисемтәнең уртасы дип ... атала.
   б) 174 нче рәсемдә *OC* — *AOB* почмагының биссектрисасы. *AOM* һәм *MOB* почмакларын чагыштырыгыз.
5. *A*, *B* һәм *C* нокталары бер турыда ята; *AB* = 4 см, *AC* = 10 см. *BC* кисемтәнең озынлыгы ... тигез.
6. *AC* = 17 см, *AB* = 10 см, *BC* = 8 см. *A*, *B* һәм *C* нокталары бер турыда ятамы?
7. 160° ка тигез булган почмак башлангычы почмак түбәсендәге нур белән берсе икенчесеннән 20° ка зуррак булган ике почмакка бүленә. Шуңа күрә бу почмаклар ... тигез була.
8. 175 нче рәсемдә $\angle COA = 40°$, *OM* — *COB* ның биссектрисасы. Шуңа күрә $\angle MOB = ...$



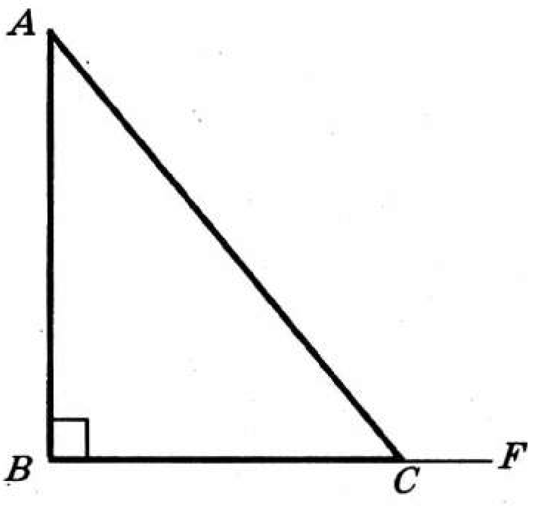
Рәс. 174



Рәс. 175



Рәс. 176

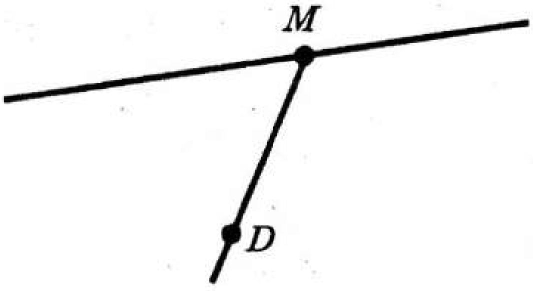


Рәс. 177

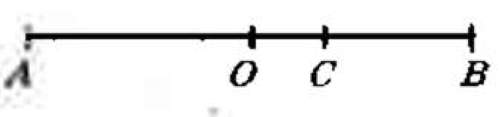
9. 176 нчы рәсемдә сурәтләнгән почмакларның тагын кайсы 40° ка тигез? Ни өчен?
10. 177 нче рәсемдә $AB \perp BF$. ACF почмагы 90° ка тигез булырга мөмкинме? Ни өчен?

2 нче ВАРИАНТ

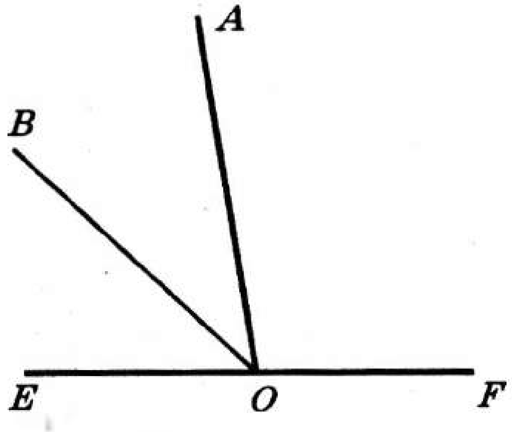
1. Кисешүче ике туры сызыгыз һәм аларның берсендә икенче туры белән уртак ноктасы булган кисемтә сайлап алыгыз. Бу турыларның берсенә кергән, ә икенчесенә кермәгән ноктаны күрсәтегез.
2. 178 нче рәсемдә башлангычы күрсәтелгән нокталарда яткан ничә нур сурәтләнгән?
3. Җәелмәгән COD почмагын сызыгыз. Аның эчке өлкәсе буенча OE нуры үткәрегез. DOE почмагының эчке өлкәсенә кергән A ноктасын бер үк вакытта COD почмагын эчке өлкәсенә һәм DOE почмагының тышкы өлкәсенә керүче B ноктасын билгеләгез.
4. а) Почмакның биссектрисасы дип ... атала.
   б) 179 нчы рәсемдә O — AB кисемтәсенең уртасы. AC һәм CB кисемтәләрен чагыштырыгыз.
5. E, F һәм M нокталары бер турыда ята; $EF = 5$ дм, $EM = 12$ дм. FM кисемтәсенең озынлыгы ... тигез.



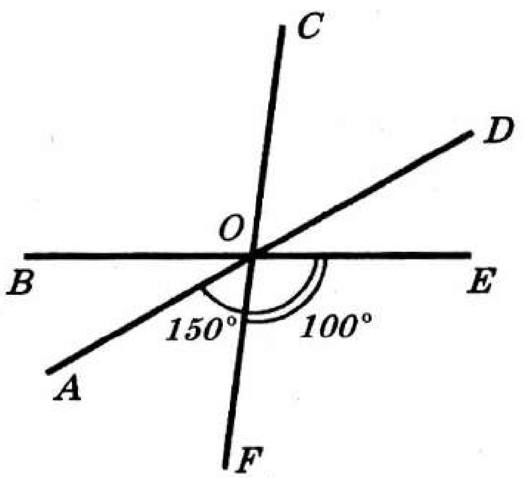
Рәс. 178



Рәс. 179

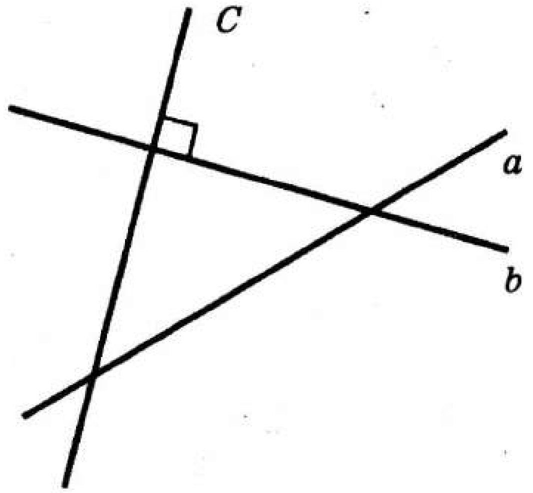


Рәс. 180



Рәс. 181

6. $EF = 25$ см, $EM = 10$ см, $MF = 16$ см. E, M һәм F нокталары бер турыда ятамы?
7. 80° ка тигез булган почмак, башлангычы почмак түбәсендә яткан нур белән, бер почмакның градуслы үлчәме икенчесеннән 3 тапкыр зуррак булган ике почмакка бүленә. Шуңа күрә бу почмаклар ... тигез була.
8. 180 нче рәсемдә $\angle AOF = 100°$, OB — AOE ның биссектрисасы. Шуңа күрә $\angle AOB = ...$



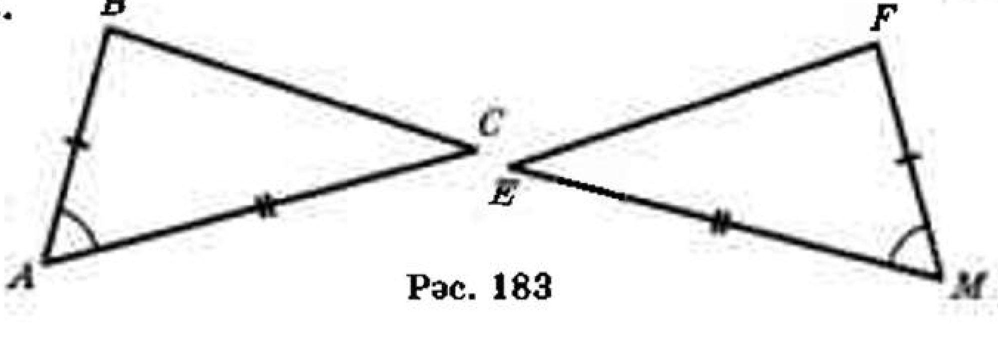
Рәс. 182

9. 181 нче рәсемдә сурәтләнгән почмакларның тагын кайсы 150° ка тигез? Ни өчен?
10. 182 нче рәсемдә $c \perp b$. $c \perp a$ була аламы? Ни өчен?

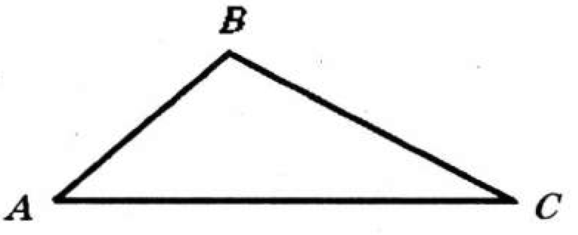
МД—2

1 нче ВАРИАНТ

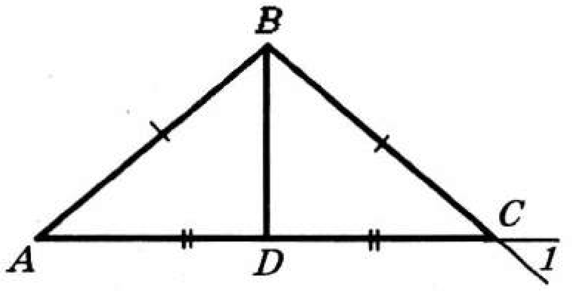
1. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle A = 35°$. Шуңа күрә $\angle A_1 = ...$
2. 183 нче рәсемдә $AB = FM$, $AC = EM$, $\angle BAC = \angle FME$. $\frac{BC}{EF}$ ны табыгыз.



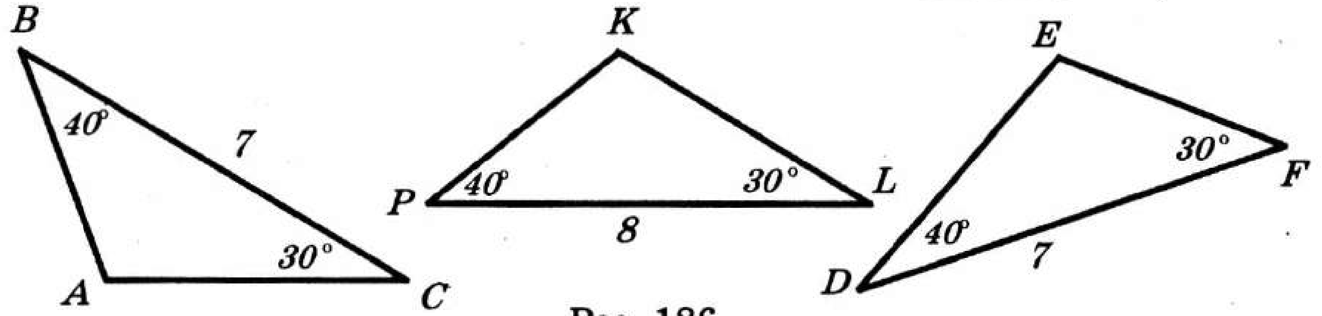
Рәс. 183



Рәс. 184

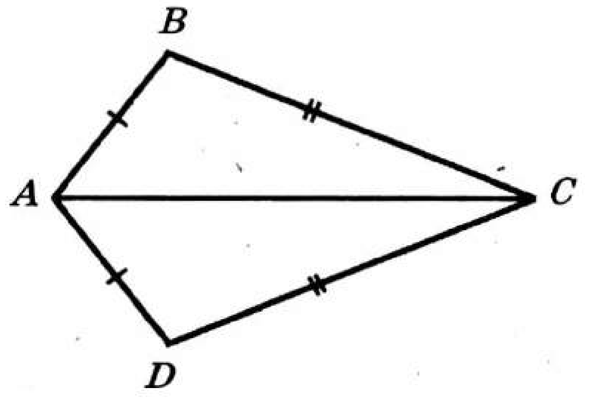


Рәс. 185

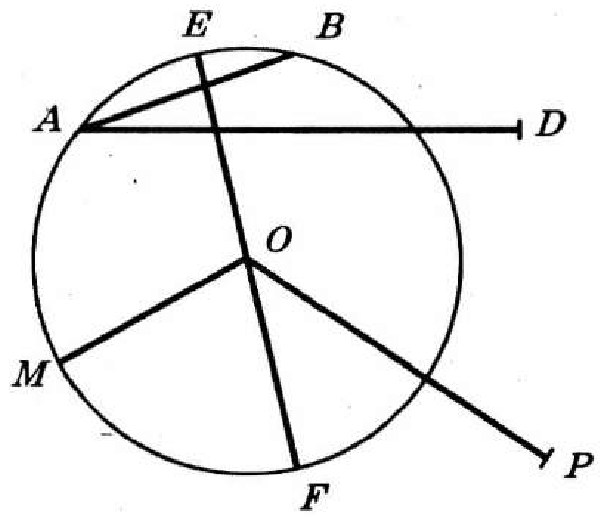


Рәс. 186

3. Өчпочмакның медианасы дип ... атала.
4. Сызгыч һәм почмаклык ярдәмендә B һәм C түбәләреннән төшерелгән биеклекләрне сызыгыз (рәс.184).
5. 185 нче рәсемдә $AB = BC$, $\angle BAC = 40^\circ$, $AD = DC$. $\angle 1$ын һәм $\angle BDC$ ын табыгыз.
6. 186 нчы рәсемдә сурәтләнгән тигез өчпочмаклар парын күрсәтегез.
7. 187 нче рәсемдә $AB = AD$ һәм $BC = CD$. CA — BCD почмагының биссектрисасы буламы?
8. 188 нче рәсемдәге әйләнәнең радиусы, диаметры һәм хордасы булган кисемтәләрне күрсәтегез.
9. Иректе почмак һәм ирекле нур сызыгыз. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә бирелгән нурдан бирелгән почмакка тигез почмак төзегез.
10. Кисемтә сызыгыз, циркуль һәм сызгыч ярдәмендә аны урталай бүлегез.



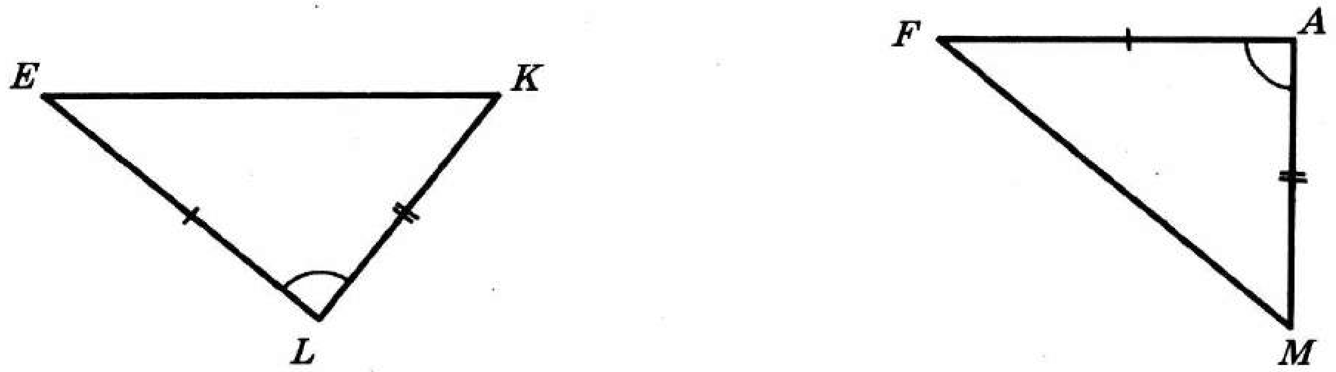
Рәс. 187



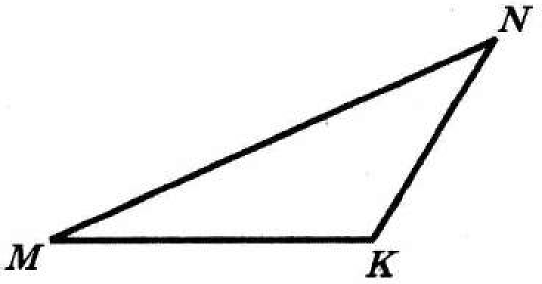
Рәс. 188

2 нче ВАРИАНТ

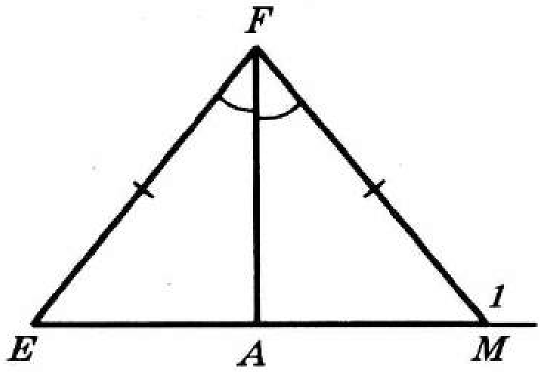
1. $\Delta EFM = \Delta E_1F_1M_1$, $\angle F = \angle F_1$, $E_1M_1 = 7$ см. Шуңа күрә $EM = ...$
2. 189 нчы рәсемдә $EL = AF$, $LK = AM$, $\angle ELK = \angle MAF$, $\angle E = 40^\circ$. Шуңа күрә $\angle F = ...$
3. Өчпочмакның биеклеге дип ... атала.
4. Сызгыч һәм почмаклык ярдәмендә K һәм N түбәләреннән үткәрелгән (рәс.190) биеклекне сызыгыз.
5. 191 нче рәсемдә $EF = FM$, $\angle EFA = \angle MFA$, $\angle FEA = 50^\circ$. $\angle 1$ ын һәм $\angle FAE$ ын табыгыз.
6. 192 нче рәсемдә сурәтләнгән тигез өчпочмаклар парын күрсәтегез. Дәлилләгез.



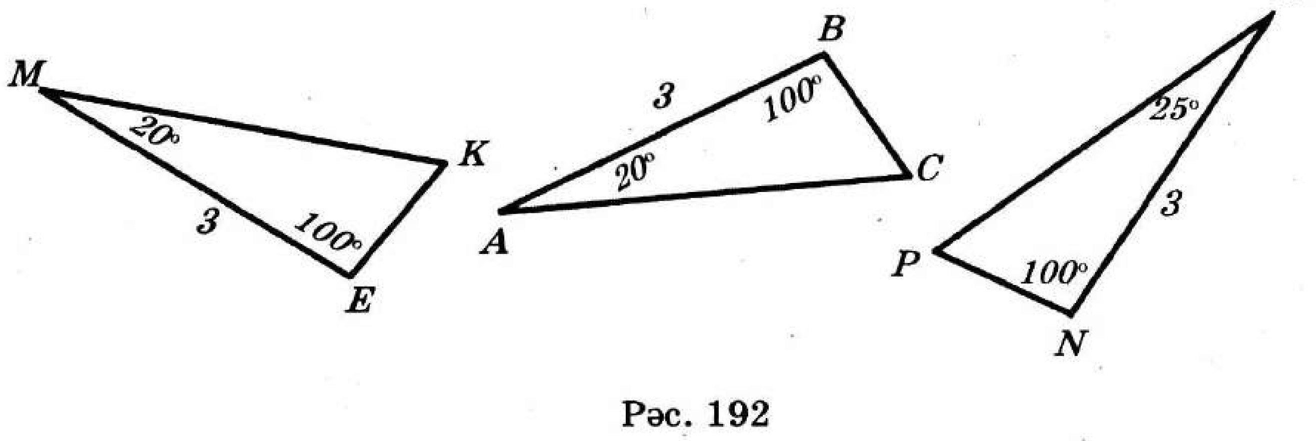
Рәс. 189



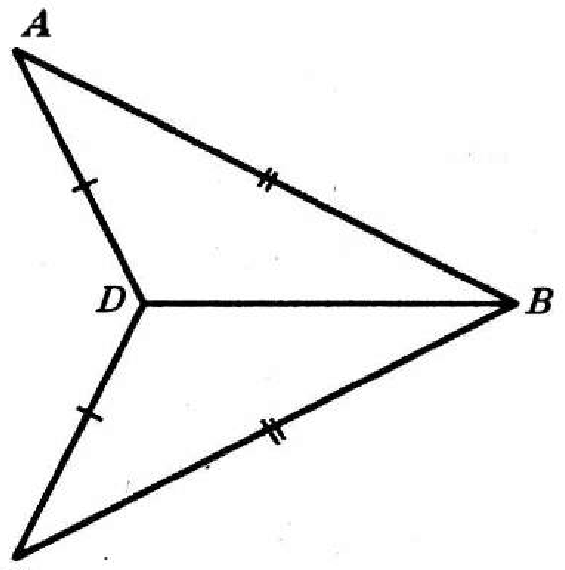
Рәс. 190



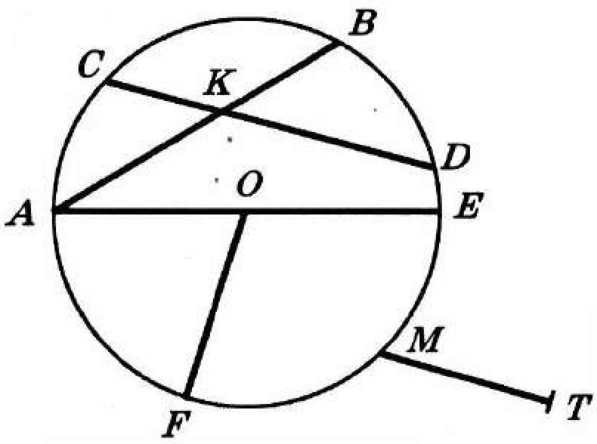
Рәс. 191



Рәс. 192



Рәс. 193



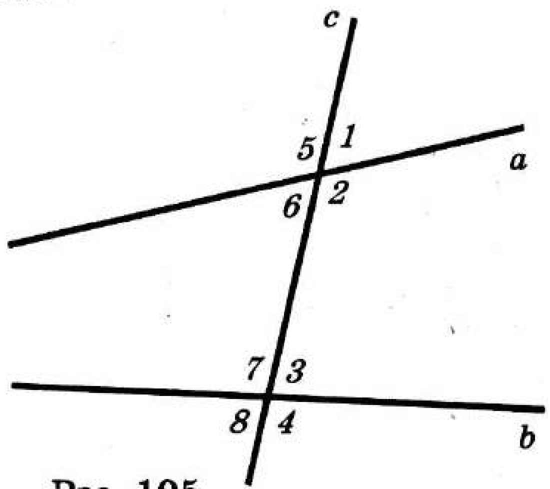
Рәс. 194

7. 193 нче рәсемдә $AD = DC$ һәм $AB = BC$. BD — ABC почмагының биссектрисасы булырмы?
8. 194 нче рәсемдәге әйләнәнең радиусы, диаметры һәм хордасы булган кисемтәләрне күрсәтегез.
9. Ирекле почмак сызыгыз, циркуль һәм сызгыч ярдәмендә аның биссектрисасын төзегез.
10. Ирекле туры сызыгыз һәм анда ирекле нокта сайлап алыгыз. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә бирелгән турыга перпендикуляр булып бирелгән нокта аша узучы турыны төзегез.

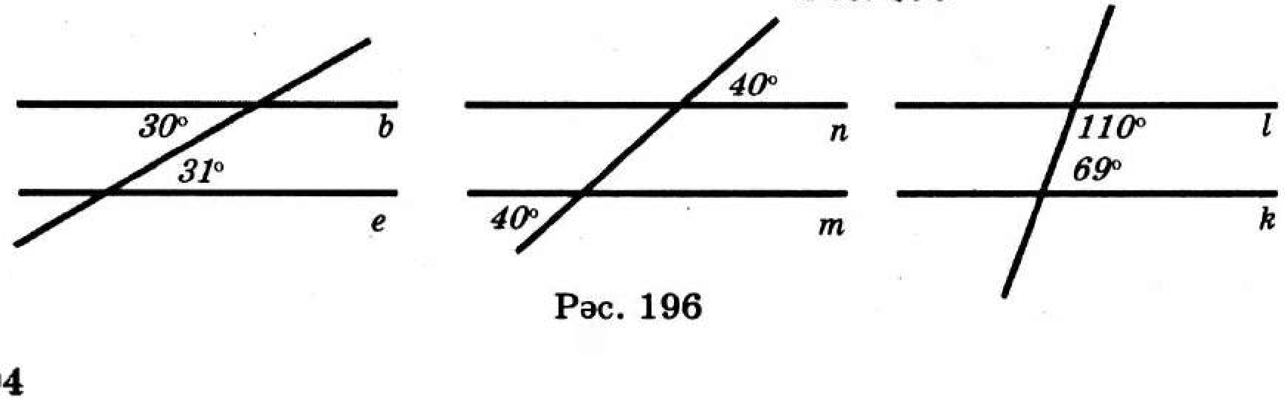
МД—3

1 нче ВАРИАНТ

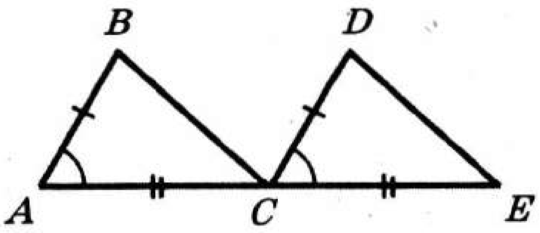
1. 195 нче рәсемдә аркылы ятучы почмаклар, якташ һәм тиңдәш почмаклар парын күрсәтегез.
2. 196 нчы рәсемдә күрсәтелгән турыларның кайсылары параллель? Ни өчен?



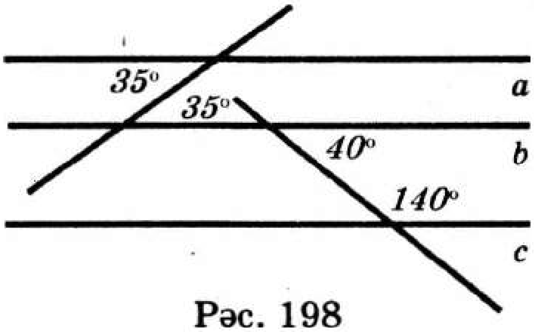
Рәс. 195



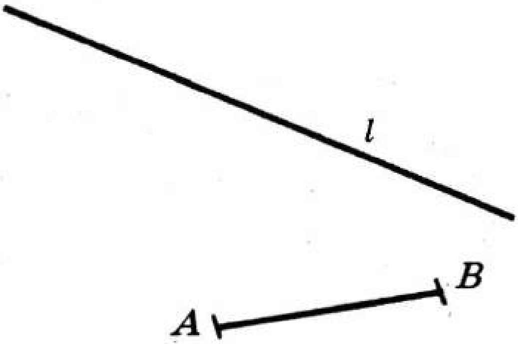
Рәс. 196



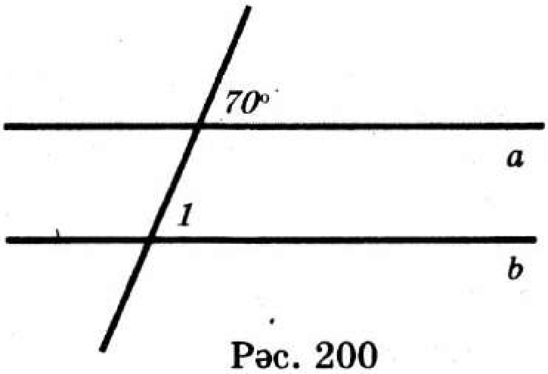
Рәс. 197



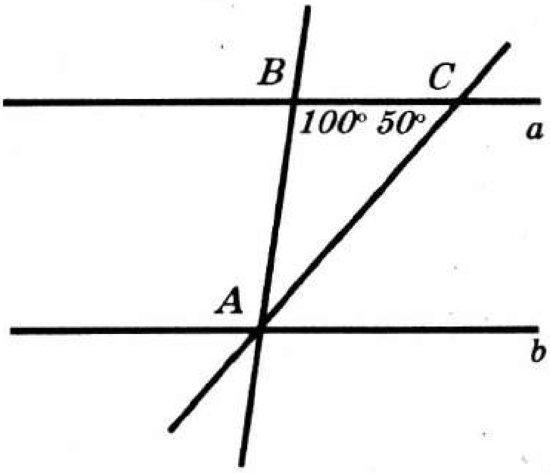
Рәс. 198



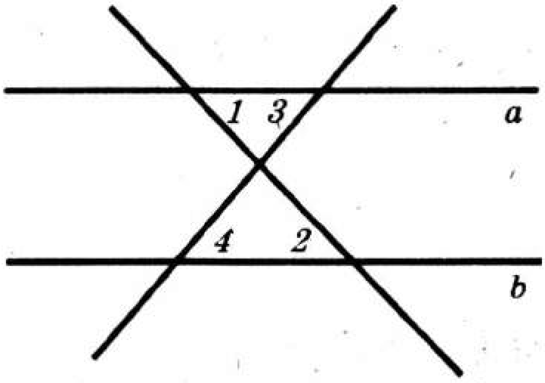
Рәс. 199



Рәс. 200



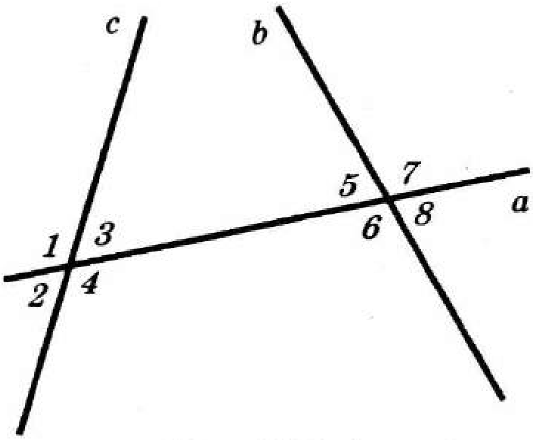
Рәс. 201



Рәс. 202

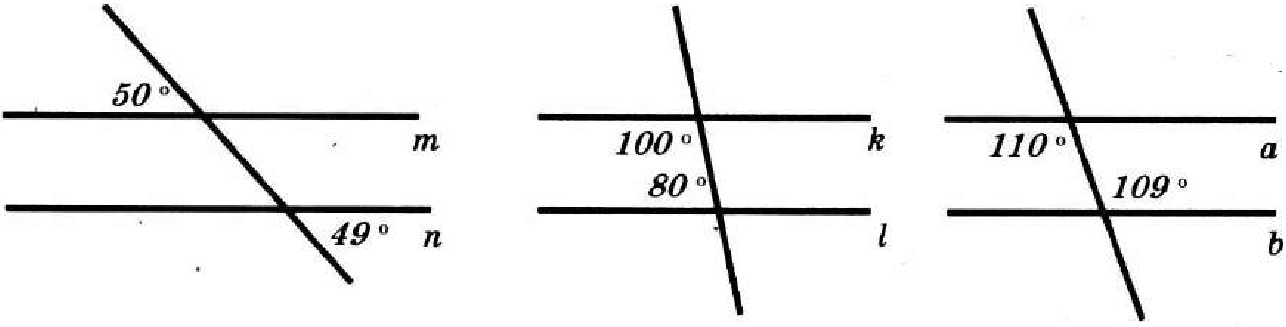
3. 197 нче рәсемдә $AB = CD$, $AC = CE$, $\angle BAC = \angle DCE$. BC һәм DE турыларының уртак нокталары бармы?
4. 198 нче рәсемдә сурәтләнгән a һәм c турылары кисешәме? Ни өчен?
5. $a \perp c$, $b \perp c$. d турысы a турысын кисеп үтә. Бу туры b турысын кисеп үтәрме? Ни өчен?
6. Почмаклык һәм сызгыч ярдәмендә l турысына параллель һәм AB кисемтәсенең очлары аша узучы турылар үткәрегез (рәс. 199).
7. Ирекле туры сызыгыз һәм аның тышында нокта сайлап алыгыз. Циркуль һәм сызгыч ярдәмендә бирелгән нокта аша бирелгән турыга параллель туры үткәрегез.
8. 200 нче рәсемдә $a \parallel b$. $\angle 1$ купмегә тигез? Ни өчен?
9. 201 нче рәсемдә $a \parallel b$. BAC почмагы купмегә тигез?
10. 202 нче рәсемдә $\angle 1 = \angle 2$. 3 һәм 4 почмаклары тигезме? Ни өчен?

2 нче ВАРИАНТ

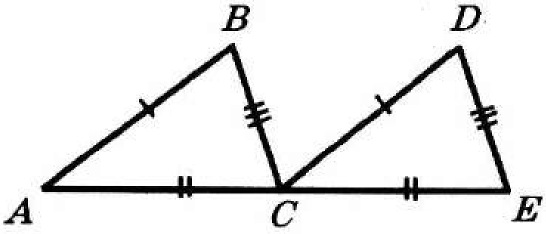


Рәс. 203

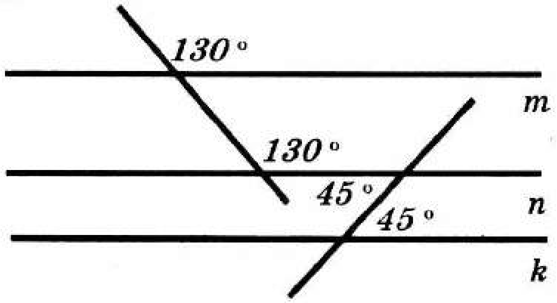
1. 203 нче рәсемдәге аркылы ятучы, якташ һәм чиктәш почмаклар парларын күрсәтегез.
2. 204 нче рәсемдә күрсәтелгән турыларның кайсылары параллель? Ни өчен?
3. 205 нче рәсемдә $AB = CD$, $AC = CE$, $BC = DE$. AB һәм CD турыларының уртак нокталары бармы?
4. 206 нчы рәсемдә сурәтләнгән m һәм k турылары кисешәләрме? Ни өчен?
5. Турыпочмаклы ABC өчпочмагында $\angle C = 90°$, $E \in BC$. E ноктасы аша BC га перпендикуляр итеп туры үткәрелгән. Бу туры AC турысын кисеп үтәме? Ни өчен?
6. Почмаклык һәм сызгыч ярдәмендә m турысына параллель итеп, кисемтәнең очлары E һәм F аша узучы (рәс. 207) турылар үткәрегез.



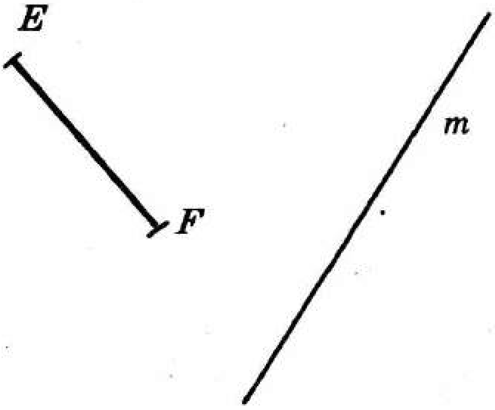
Рәс. 204



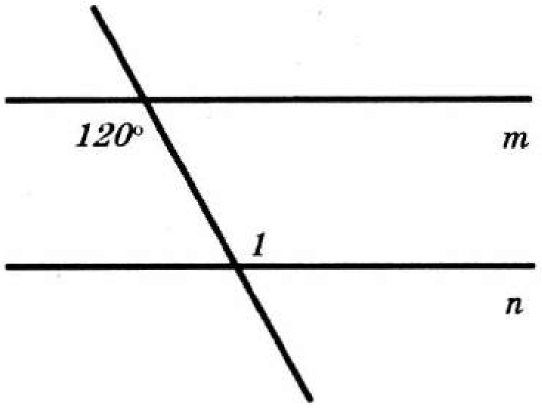
Рәс. 205



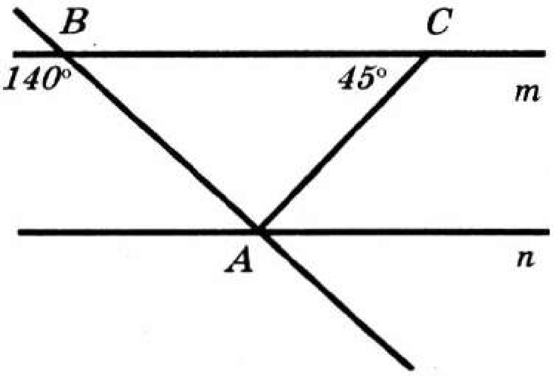
Рәс. 206



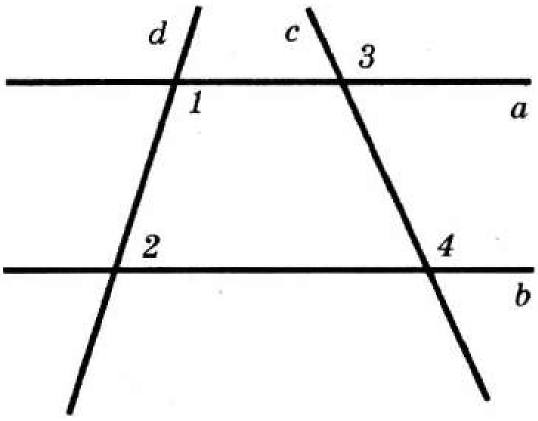
Рәс. 207



Рәс. 208



Рәс. 209



Рәс. 210

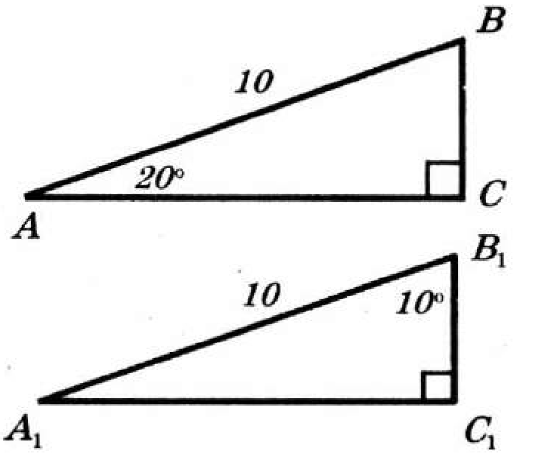
7. Иректе ABC өчпочмагы сызыгыз һәм циркуль белән сызгыч ярдәмендә B түбәсе аша узучы һәм AC турысына параллель булган туры үткәрегез.
8. 208 нче рәсемдә $m \parallel n$. 1 почмагы күпмегә тигез? Ни өчен?
9. 209 нчы рәсемдә $m \parallel n$. BAC почмагы күпмегә тигез?
10. 210 нчы рәсемдә $\angle 1 + \angle 2 = 180°$. 3 һәм 4 почмаклары тигезме? Ни өчен?

МД—4

1 нче ВАРИАНТ

1. Тигезьянлы өчпочмакның нигезе янындагы почмагы 20° ка тигез. Шуңа күрә өчпочмакның түбәсе янындагы почмагы ... тигез.
2. ABC өчпочмагында $AB = 10$ см, $BC = 11$ см. C һәм A почмакларын үткәрегез.
3. ABC өчпочмагында $\angle A = \angle C$. BD — медиана. Шуңа күрә BDC ... тигез.
4. Өчпочмакның ике ягы 1 см һәм 0,9 см га тигез. Өченче якның озынлыгы бөтен сан белән белдерелсә, ул якны табыгыз.

5. 211 нче рәсемдәге өчпочмаклар тигез. Рәсемдә бирелгәннәр буенча $\frac{AC}{A_1C_1}$ не табыгыз.
6. Турыпочмаклы ABC өчпочмагында ($\angle C = 90°$) $AC = 10$ см, $\angle B = 60°$. Ул вакытта C түбәсеннән AB гипотенузасына кадәрге ераклык ... тигез.
7. $a \| b$, $A \in a$, $B \in b$, $C \in a$, $AB \perp b$, $AB = 7$ см. C ноктасыннан b турысына кадәрге ераклык ... тигез.
8. Ике параллель туры сызыгыз һәм бу турылардан тигез ераклашкан нокталар күплеген табыгыз.

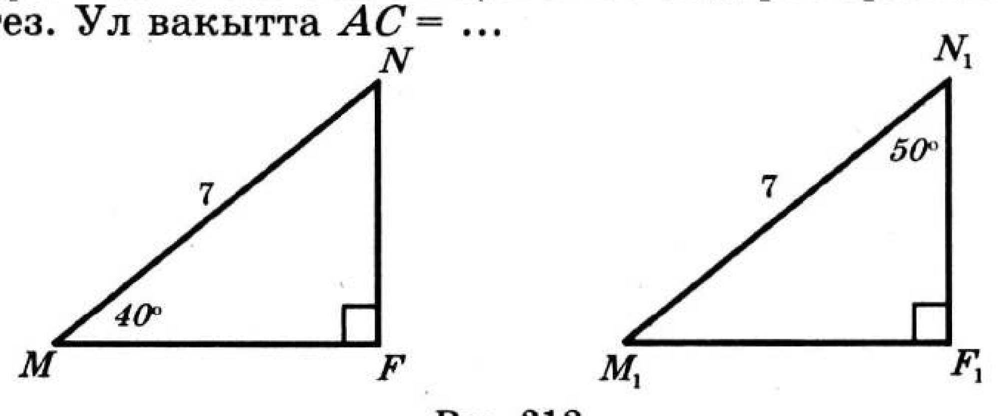


Рәс. 211

9. Җәенкепочмаклы ABC өчпочмагы сызыгыз ($\angle C$ — җәенке). Нигезе AC булган кысынкыпочмаклы өчпочмак төзегез һәм аның AC ягына төшерелгән биеклеге бирелгән өчпочмакның уртак якларын эченә алган турыга төшерелгән биеклегенә тигез булсын.
10. Циркуль белән сызгыч ярдәмендә нигезе һәм нигезе янындагы почмагы буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

2 нче ВАРИАНТ

1. ABC өчпочмагында $\angle A = 30°$, $\angle B = 100°$. Ул вакытта C түбәсе янындагы тышкы почмак ... тигез.
2. ABC өчпочмагында $\angle A = 40°$, $\angle C = 41°$. BC һәм AB якларын чагыштырыгыз.
3. EFK өчпочмагында $\angle E = \angle K$, $FM \perp EK$. EFM һәм MFK почмакларын чагыштырыгыз.
4. Өчпочмакның ике ягы 0,9 см һәм 1,9 см га тигез. Өченче якның озынлыгы бөтен сан белән белдерелсә, ул якны табыгыз.
5. 212 нче рәсемдәге өчпочмаклар турыпочмаклы. Рәсемнең бирелгәннәре буенча $NF - N_1F_1$ аермасын табыгыз.
6. Турыпочмаклы ABC өчпочмагында ($\angle C = 90°$) $\angle B = 60°$. C түбәсеннән AB гипотенузасына кадәрге ераклык 8 см га тигез. Ул вакытта $AC = ...$



Рәс. 212

7. $a \parallel b$, $A \in a$, $B \in b$, $AB \perp a$, $AB = 12$ см. Ул вакытта a һәм b турылары арасындагы ераклык ... тигез.
8. Туры һәм ниндидер кисемтә сызыгыз. Бирелгән турыдан бирелгән кисемтәнең озынлыгына тигез ераклыкта урнашкан нокталар күплеген сурәтләгез.
9. Кысынкыпочмаклы ABC өчпочмагы сызыгыз. AC нигезе белән һәм C түбәсе янындагы почмагы җәенке булган җәенкепочмаклы өчпочмак төзегез, AC турысына төшерелгән аның биеклеге бирелгән өчпочмакның үткәрелгән биеклегенә тигез булсын.
10. Циркуль белән сызгыч ярдәмендә ян ягы һәм түбәсе янындагы почмагы буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

ГЕОМЕТРИЯДӘН ИМТИХАННАРГА ҮРНӘК МӘСЬӘЛӘЛӘР*

Т е м а. Геометрик төзүләр

а) Катет һәм аның янында ятучы кысынкы почмак буенча турыпочмаклы өчпочмак төзегез.

б) Катет һәм аңа каршы ятучы кысынкы почмак буенча турыпочмаклы өчпочмак төзегез.

в) Кысынкы почмак һәм туры почмак түбәсеннән үткәрелгән биеклек буенча турыпочмаклы өчпочмак төзегез.

Т е м а. Тигезьянлы өчпочмак

а) Җәенкепочмаклы тигезьянлы өчпочмакның ике ягының аермасы 8 см га тигез, ә аның периметры 38 см га тигез. Өчпочмакның якларын табыгыз.

б) Тигезьянлы ABC өчпочмагында B почмагы — җәенке. BD биеклеге 8 см га тигез. ABD өчпочмагының периметры 24 см га тигез булса, ABC өчпочмагының периметрын табыгыз.

в) ABC өчпочмагында A һәм C түбәләре янындагы тышкы почмаклар тигез. ABC өчпочмагының периметры 36 дм, ә ABD өчпочмагының периметры 24 дм га тигез булса, BD биссектрисасы озынлыгын табыгыз.

Т е м а. Параллель турылар

а) ABC өчпочмагының AB һәм BC якларында тиңдәшле рәвештә M һәм K нокталары алынган: $\angle A = \angle BMH = 50^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. $\angle MHC$ ын табыгыз.

б) ABC өчпочмагында $\angle A = 50^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. Өчпочмакның C түбәсендәге тышкы почмагының биссектрисасы AB турысына параллель булган турыда ятуын исбатлагыз.

в) Җәелмәгән почмакның бер ягында A һәм C нокталары, ә икенчесендә B һәм D нокталары, $AB \parallel CD$ булырлык итеп алынган. M ноктасы AB кисемтәсенә керә; $\angle MCA = \angle MCD$, $\angle MDC = \angle MDB$. $AB = AC + BD$ булуын исбатлагыз.

---

* Геометриядән имтиханнарга үрнәк мәсьәләләр РСФСР мәктәпләре өчен төзелгән Типовой (үрнәк) имтихан билетлары темаларына тәңгәл килә. Һәр билет өчен өч төрле дәрәҗәдәге мәсьәләләр китерелә: «а», «б», «в». «а» дәрәҗәсендәге мәсьәләләрне чишү өчен программада каралган минималь белем һәм күнекмәләрне кулланырга кирәк. «б», «в» дәрәҗәсендәге мәсьәләләр яхшырак хәзерлекле укучыларга тәкъдим ителә, өстәвенә «в» дәрәҗәсендәге мәсьәләләр «б» га караганда катлаулырак.

Т е м а. **Чиктәш почмаклар**

а) ABD һәм ABC почмаклары чиктәш, BO — ABD почмагының биссектрисасы. $\angle ABC = 40°$ булса, $\angle OBD$ын табыгыз.

б) KM һәм KP нурлары AKB һәм BKC почмакларының биссектрисалары булырлык итеп, ABC өчпочмагының AB, BC, AC якларында тиңдәшле рәвештә M, P, K нокталары алынган. $\angle MKP = 90°$ булуын исбатлагыз.

в) Үзәге O һәм диаметры AB булган әйләнә бирелгән. Әйләнә тышында, MA һәм MB турылары әйләнәне тиңдәшле рәвештә C һәм D нокталарында кисеп үтәрлек итеп, M ноктасы алынган; $AC = CD = BD$. $AC = OB$ булуын исбатлагыз.

Т е м а. **Әйләнә**

а) Үзәге O булган әйләнәдә өч радиус OB, OC, OA үткәрелгән, $\angle AOB = \angle BOC$. $\angle OAB = \angle OCB$ булуын исбатлагыз.

б) Үзәге O булган әйләнәдә, $OB \perp AC$ булырлык һәм OB һәм AC кисемтәләре кисешерлек итеп, өч радиус OA, OB, OC үткәрелгән. $AB = BC$ булуын исбатлагыз.

в) Үзәге O булган әйләнәдә параллель булмаган ике тигез хорда AB һәм CD үткәрелгән. M ноктасы — AB хордасының уртасы, ә H ноктасы — C хордасының уртасы. HMO һәм MHO почмакларының тигез булуын исбатлагыз.

Т е м а. **Геометрик төзүләр**

а) Нигезе һәм ян якларының суммасы буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

б) Периметры бирелгән өчпочмакның периметрыннан бер ярым тапкырга зуррак булган тигезьянлы өчпочмак төзегез.

в) PQ, P_1Q_1, P_2Q_2 кисемтәләре бирелгән. AC нигезе PQ га тигез, AD биссектрисасы P_1Q_1 гә тигез, ә D ноктасыннан AB турысына кадәрге ераклык P_2Q_2 гә тигез булган тигезьянлы ABC өчпочмагы төзегез.

Т е м а. **Төзүгә мәсьәләләр**

а) Бирелгән гипотенузасы буенча 30° ка тигез почмак белән турыпочмаклы өчпочмак төзегез.

б) Бирелгән гипотенузасы буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

в) Нигезе һәм ян якларына үткәрелгән биссектрисалар хасил иткән почмак буенча тигезьянлы өчпочмак төзегез.

Т е м а. **Геометриядән башлангыч төшенчәләр**

а) MPK почмагы 105° ка тигез булган MPH почмагының бер өлеше булып тора. MPK почмагы KPH почмагыннан дүрт тапкырга кечерәк булуы билгеле булса, MPK почмагын табыгыз.

б) AOB почмагы 43° ка тигез. Бу почмак эчендә OC нуры үткәрелгән. AOC һәм BOC почмакларының биссектрисалары арасындагы почмакны табыгыз.

в) Әйләнәдә бер-бер артлы A, B, C, D нокталары билгеләнгән, $AB = CD$. $AC = BD$ булуын исбатлагыз.

Т е м а. **Тигезьянлы өчпочмак**

а) ABC өчпочмагында $\angle BAC = \angle BCA$, AA_1 һәм CC_1 биссектрисалары O ноктасында кисешә. AOC почмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз.

б) ABC өчпочмагында A һәм B түбәсе янындагы тышкы почмаклар тигез. $2AC > AB$ булуын исбатлагыз.

в) ABC өчпочмагында $AB = BC$. Өчпочмакның эчендә, $\angle DAC = \angle DCA$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән. Бу өчпочмак биеклекләренең кисешү ноктасы BD турысында ятуын исбатлагыз.

Т е м а. **Өчпочмаклар тигезлегенең билгеләре**

а) ABC өчпочмагында $AB = BC$. M һәм H нокталары — AB һәм BC якларының урталары. MD һәм HE AC турысына перпендикуляр. $\Delta AMD = \Delta BHE$ булуын исбатлагыз.

б) Тигезьянлы ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмаклары бирелгән. O һәм O_1 — тиңдәшле рәвештә бу өчпочмакларның медианаларының кисешү нокталары; $OA = O_1A_1$. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ булуын исбатлагыз.

в) AB, BC, AC якларында C_1, A_1, B_1 нокталары CC_1, AA_1, BB_1 кисемтәләре O ноктасында кисешерлек итеп билгеләнгән. OC кисемтәсендә C_2 ноктасы, ә OA һәм OB кисемтәләрендә тиңдәшле рәвештә A_2 һәм B_2 нокталары алынган; $OA_1 = OA_2$, $OB_1 = OB_2$, $OC_1 = OC_2$. $A_1B_1C_1$ һәм $A_2B_2C_2$ өчпочмакларын берсе өстенә берсен салганда тәңгәл килүен исбатлагыз.

Т е м а. **Чиктәш һәм вертикаль почмаклар**

а) Ике туры кисешкәндә хасил булган почмакларның берсе 162° ка тигез. Калган почмакларны табыгыз.

б) ABC өчпочмагы бирелгән. AB һәм BC якларының дәвамында B түбәсе янында тиңдәшле рәвештә D һәм E нокталары

билгеләнгән; $\angle DBE = 60°$, $3 \cdot \angle A = \angle C$. *A* почмагы белән чиктәш почмакны табыгыз.

в) *AB* һәм *CD* кисемтәләре *O* ноктасында кисешә, $OA = OD$. *AD* кисемтәсендә, $\angle COP = \angle BOP$ булырлык итеп, *P* ноктасы билгеләнгән. *AOD* өчпочмагының медианалары кисешү ноктасы *OP* кисемтәсендә ятуын исбатлагыз.

Т е м а. **Тигезьянлы өчпочмак**

а) Өчпочмакның ике почмагы тигез, ә ике ягының озынлыклары 20 см һәм 10 см булса, аның периметрын табыгыз.

б) *ABC* өчпочмагында $\angle B = 100°$, $\angle A = 40°$. *D* ноктасы *AC* ягына керә. Өстәвенә *BDC* почмагы – җәенке. $AB > BD$ булуын исбатлагыз.

в) *MPK* өчпочмагында $\angle M = 30°$, $\angle P = 100°$. *MP* ягында, $\angle DKP = 20°$ булырлык итеп, *D* ноктасы билгеләнгән. *MD* һәм *DP* кисемтәләрен чагыштырыгыз.

Т е м а. **Параллель турылар**

а) *AB* һәм *CD* кисемтәләре — ниндидер әйләнәнең диаметры. *AC* һәм *BD* турыларының параллель булуын исбатлагыз.

б) *B* һәм *D* нокталары *AC* турысының төрле ягында яталар. $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ булуы билгеле. $\angle ABC = \angle ADC$, $AB = DC$, $AD = BC$ булуын исбатлагыз.

в) Тигезьянлы *ABC* өчпочмагының *BD* биссектрисасында *E* ноктасы алынган. Бу нокта аша *AB* һәм *BC* якларына параллель булган һәм *AC* нигезен *H* һәм *K* нокталарында кисеп үтүче турылар үткәрелгән. $AH = KC$ булуын исбатлагыз.

Т е м а. **Өчпочмаклар тигезлегенең билгеләре**

а) Туры почмагы *A* булган тигезьянлы *ABC* өчпочмагының *AH* биеклегендә *O* ноктасы алынган. *AOB* һәм *AOC* өчпочмакларының тигез булуын исбатлагыз.

б) Тигезьянлы *ABC* өчпочмагында *BD* — нигезгә үткәрелгән биеклек. *M* һәм *H* нокталары тиңдәшле рәвештә *AB* һәм *BC* якларында ята. *DB* нуры — *MDH* почмагының биссектрисасы. $AM = HC$ булуын исбатлагыз.

в) *ABC* өчпочмагының *BD* биеклегендә *O* ноктасы билгеләнгән; $\angle OAD = \angle OCD$. *O* ноктасы *AB* һәм *BC* турыларыннан тигез ераклашкан булуын исбатлагыз.

Т е м а. **Геометриянең башлангыч төшенчәләре**

а) AB, BC, CD кисемтәләре бер-бер артлы бер турыга салынган, $AC = BD = 18$ см, $BC = 7$ см. AD ны табыгыз.

б) AE, EK, KB кисемтәләре бер-бер артлы бер турыга салынган, ә C һәм D нокталары бу турының төрле якларында ята; $AE = BK$, $AC = BD$, $CK = DE$. $\Delta ACK = \Delta BED$ булуын исбатлагыз.

в) AB кисемтәсендә, C ноктасы A һәм D нокталары арасында ятарлык итеп, C һәм D нокталары билгеләнгән. M ноктасы AB турысына керми. M түбәсеннән үткәрелгән MAC һәм MDB өчпочмакларының медианалары 11 см га тигез. $AB = 15$ см, $CD = 7$ см булса, бу медианалар арасындагы почмакны табыгыз.

Т е м а. **Өчпочмаклар тигезлегенең билгеләре**

а) ABC өчпочмагының AB һәм BC яклары тигез. M, H һәм K нокталары — тиңдәшле рәвештә AB, BC, AC якларының урталары. $\Delta AMK = \Delta KHC$ булуын исбатлагыз.

б) CD һәм C_1D_1 биекләкләре өчен ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмаклары бирелгән; $\angle B = \angle B_1 = 45°$, $CD = C_1D_1$, $AB = A_1B_1$. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ булуын исбатлагыз.

в) ABC өчпочмагының AB һәм BC якларында M һәм H нокталары алынган. AH һәм MC кисемтәләре D ноктасында кисешә; $MD = DH$, $\angle HAC = \angle MCA$. BM һәм BH кисемтәләрен, берсе өстенә берсен салып, тәңгәл китереп буламы?

Т е м а. **Өчпочмак почмакларының суммасы**

а) Тигезьянлы өчпочмакның нигезе янындагы почмагы каршы яткан почмактан 27° ка кечерәк. Өчпочмакның почмакларын табыгыз.

б) Җәенкепочмаклы тигезьянлы өчпочмакта почмакларның берсе икенчесеннән дүрт тапкырга зуррак. Өчпочмакның нигезенә үткәрелгән медианасы a га тигез. Ян ягын табыгыз.

в) ABC өчпочмагы эчендә M ноктасы алынган, аның аша AB һәм BC якларын K һәм E нокталарында кисеп үтүче турылар үткәрелгән. $\angle MKA = 140°$, $\angle MEC = 130°$, $\angle A = 60°$, $\angle C = 80°$. $\angle KME$ ын табыгыз.

Т е м а. **Чиктәш почмаклар**

а) Чиктәш почмакларның берсе икенчесеннән биш тапкыр зуррак. Бу почмакларны табыгыз.

б) Тигезьянлы ABC өчпочмагының AC нигезе A һәм C түбәсе ягына дәвам ителгән. Дәвам ителгән турыларда тигез кисемтәләр AD һәм CE салынган. $BD = AB$ булуын исбатлагыз.

в) O үзәкле әйләнәдә, A һәм E нокталары диаметрның очлары булырлык итеп, бер-бер артлы A, B, C, D, E нокталары алынган; $\angle AOC = \angle COE$, $\angle AOB = 60°$, $\angle DOE = 30°$, $BD = AC$ булуын исбатлагыз.

Т е м а. **Өчпочмак почмакларының суммасы**

а) ABC өчпочмагында $\angle A = 20°$, $\angle B = 100°$. AB ягында, $\angle ACD = 40°$ булырлык итеп, D ноктасы билгеләнгән. BCD өчпочмагының почмакларын табыгыз.

б) ABC өчпочмагында $\angle A = 100°$. CC_1 һәм BB_1 биссектрисалары D ноктасында кисешәләр. BDC почмагын табыгыз.

в) AB диаметрлы әйләнәдә C ноктасы алынган; $\angle CAB = 70°$. $\angle CBA$ ын һәм $\angle ACB$ ын табыгыз.

Т е м а. **Төзүгә мәсьәләләр**

а) Биеклеге һәм өчпочмакның якларын бу биеклек бүлгән ике кисемтә буенча өчпочмак төзегез.

б) Бер катеты бирелгән кисемтәгә тигез, ә икенчесе гипотенузадан ике тапкырга кечерәк булган турыпочмаклы өчпочмак төзегез.

в) Ике кисешүче биеклеге һәм бу биеклекләр кисешкәндә хасил булган почмакларның кечерәге буенча өчпочмак төзегез.

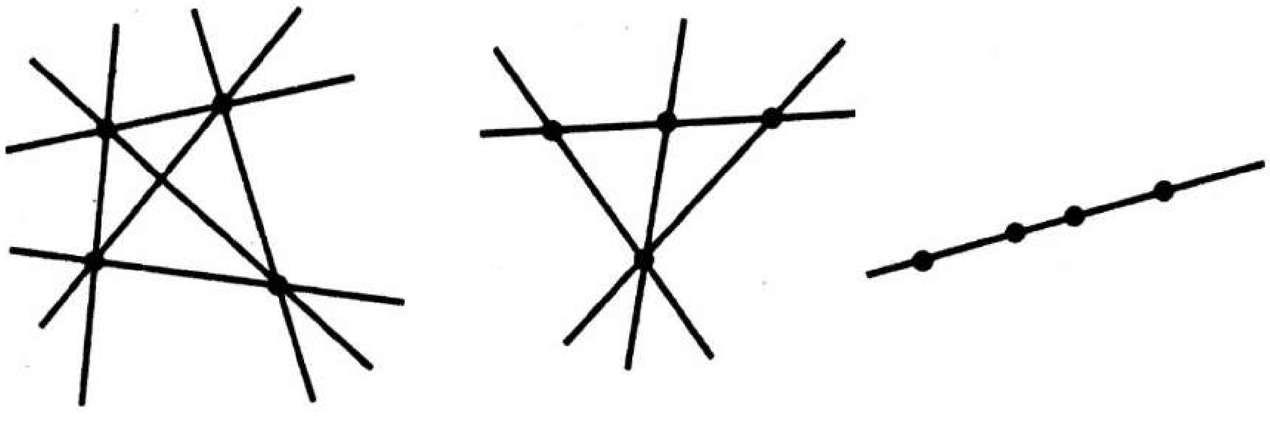
МӨСТӘКЫЙЛЬ ЭШЛӘРГӘ ҖАВАПЛАР ҺӘМ КҮРСӘТМӘЛӘР

М—1

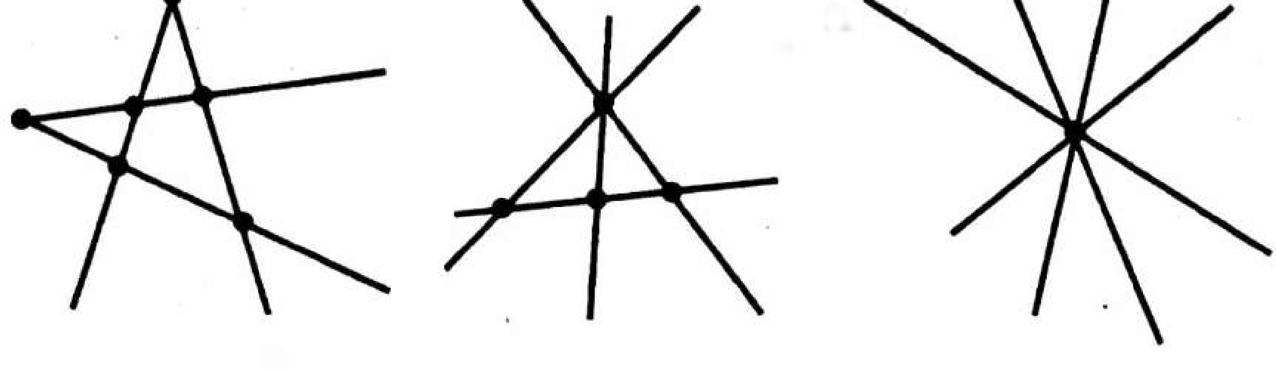
1 *вар.* **4.**Турыларның кисешү ноктасы.
2 *вар.* **4.** Юк.
3 *вар.* **3.** *D* ноктасы.
4 *вар.* **3.** *N* ноктасы.
5 *вар.* **3.** Кисешәләр яки уртак нокталары юк. **4.** Мөмкин.
6 *вар.* **3.** Мөмкин. **4.** Мөмкин.
7 *вар.* **1.** Алты, дүрт яки бер (рәс.213). **2.** 15.
8 *вар.* **1.** Алты, дүрт яки бер (рәс.214). **2.** 15.

М—2

1 *вар.* **1.** 1) Өч; 2) өч.
2 *вар.* **1.** 1) Өч; 2) өч.
3 *вар.* **1.** 1) 12 җәелмәгән почмак һәм 6 җәелгән почмак.
4 *вар.* **1.** 1) 16 җәелмәгән һәм 8 җәелгән почмак.
5 *вар.* **1.** 12 җәелмәгән почмак һәм 3 җәелгән почмак.
6 *вар.* **1.** 8 җәелмәгән почмак һәм 2 җәелгән почмак.



Рәс. 213



Рәс. 214

М—3

1 *вар*. 1. $AB < DB$. 2. $\angle AOC = \angle DOB$.

2 *вар*. 1. $EK > NL$. 2. $\angle MOK = \angle NOL$.

3 *вар*. 1. $CE = AB$.

4 *вар*. 1. $MC = AB$. 2. Әйе, була.

5 *вар*. 1. Әйе.

7 *вар*. 1. $BC < AB$ яки $BC > AB$. 2. $\angle MON = \angle AOC$.

8 *вар*. 1. $BC > AC$ яки $BC < AC$. 2. $\angle AOC = \angle BOD$.

М—4

1 *вар*. 1. 20 см яки 3 см. 2. 1) 45° яки 135°; 2) кысынкы яки җәенке; 3) әйе, *OC* нуры *AOB* почмагының эчке өлкәсендә үткәрелгән булса.

2 *вар*. 1. 130 дм яки 16 дм. 2.1) 60° яки 180°; 2) кысынкы яки җәелгән; 3) әйе, *OC* нуры *AOB* почмагының эчке өлкәсендә үткәрелгән булса.

3 *вар*. 1. 4,7 дм һәм 1,6 дм яки 3,3 дм һәм 6,4 дм. 2. 1) 16°, 64°; 2) 160°, җәенке.

4 *вар*. 1. 44 см һәм 20 см яки 76 см һәм 100 см. 2. 1) 25° һәм 75°; 2) 50°, кысынкы.

5 *вар*. 1. 102 см.

6 *вар*. 1. 33 м. 2. 120°.

7 *вар*. 1. *D* ноктасы *A* һәм *B* нокталары арасында ята, $DB = 3{,}5$ см яки *B* ноктасы *A* һәм *D* нокталары арасында ята, $DB = 7$ см. 2. 36° һәм 54°.

8 *вар*. 1. *M* ноктасы *A* һәм *B* нокталары арасында ята, $MB = 4$ см яки *B* ноктасы *A* һәм *M* нокталары арасында ята, $MB = 12$ см. 2. 45°.

М—5

1 *вар*. 1. 36° һәм 144°. 2. 50°, 40°, 130°.

2 *вар*. 1. 70° һәм 110°. 2. 50°, 50°, 40°.

3 *вар*. 1. 90°, 60°, 150°. 2. 80°, 100°, 80°, 100°.

4 *вар*. 1. 90°, 50°, 40°. 2. 80°, 100°, 80°, 100°.

5 *вар*. 1. 45°, 135°. 2. Әйе.

6 *вар*. 1. 135°.

М—6

1 *вар*. 1. 45°. 2. $P_{ABC} > P_{ABD}$.

2 *вар*. 1. 17 см. 2. $P_{DFK} < P_{EFK}$.

3 *вар*. 1. 110°. 2. 12 см, 12 см, 12 см; 12 см, 14 см, 14 см.

4 *вар*. 1. 20°. 2. 45 см.

5 *вар*. 1. 55°. 2. 10 см яки 6 см.

6 *вар*. 1. 14 см; 90°. 2. 9 мм яки 15 мм.

7 *вар*. 1. 120°. 2. 35 см.

8 *вар*. 1. 110°. 2. 60 см.

М—7

3 *вар*. 1. 40°. 2. Әйе; әйе.

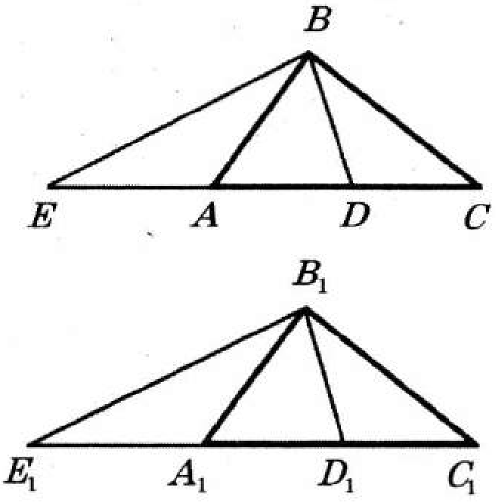
4 *вар*. 1. 110°. 2. $P_{ABD} = P_{EBD}$.

М—8

1 *вар.* **1.** ΔADC өчен. **2.** $\angle ABC = 81°$, $\angle FEC = 90°$.

2 *вар.* **1.** ΔEFK һәм ΔLFK өчен. **2.** 20 дм; 65°15′.

3 *вар.* **2.** 135°.



Рәс. 215

М—9

5 *вар.* **1.** 10 см. **2.** 70°, 70°.

6 *вар.* **1.** 15 дм. **2.** $m = 1$.

М—10

1 *вар.* $BD = B_1D_1$.

2 *вар.* $\angle BDC = \angle B_1D_1C_1$.

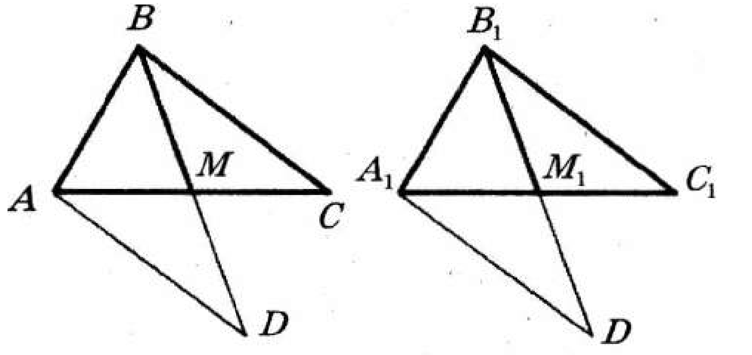
7 *вар.* AC һәм A_1C_1 турыларында A һәм A_1 нокталары ягында тиңдәшле рәвештә AB һәм A_1B_1 гә тигез булган AE һәм A_1E_1 кисемтәләре салынган (рәс.215). E һәм B, E_1 һәм B_1 нокталарын кисемтәләр белән тоташтырабыз, $\Delta EBC = \Delta E_1B_1C_1$, чөнки $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$ һәм $CE = C_1E_1$ ($CE = AC + AB$ һәм $C_1E_1 = A_1C_1 + A_1B_1$). Бу өчпочмакларның тигезлегеннән $EB = E_1B_1$ һәм $\angle BEC = \angle B_1E_1C_1$ булып чыга. Ул вакытта $\Delta EAB = \Delta E_1A_1B_1$ һәм $AE = A_1E_1$. Шул очракта $AC = A_1C_1$ һәм алга таба исбатлау аермачык.

8 *вар.* BM һәм B_1M_1 ABC һәм $A_1B_1C_1$ өчпочмакларының медианалары булсын, өстәвенә $BM = B_1M_1$. Моннан тыш, $\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$ һәм $\angle MBC = \angle M_1B_1C_1$ (рәс.216). BM һәм B_1M_1 не рәсемдә күрсәтелгәнчә дәвам итәбез $MD = MB$ һәм $M_1D_1 = M_1B_1$, $\Delta BMC = \Delta DMA$ һәм $\Delta B_1M_1C_1 = \Delta D_1M_1A_1$. Моннан $\angle BDA = \angle MBC$ һәм $\angle B_1D_1A_1 = \angle M_1B_1C_1$ булуы килеп чыга. $BD = B_1D_1$, $\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$ һәм $\angle BDA = \angle B_1D_1A_1$ булганга күрә, $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$ була. Моннан $AB = A_1B_1$. Аналогик рәвештә $BC = B_1C_1$ булуын исбатларга була. Шуңа күрә ике як һәм алар арасындагы почмак буенча $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

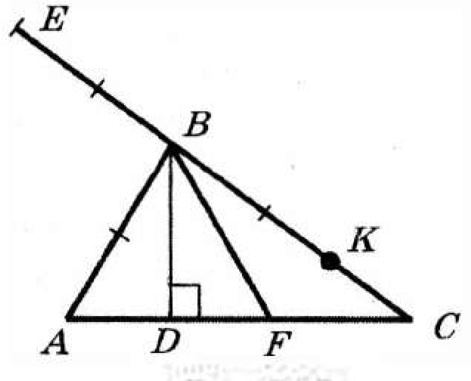
М—11

7 *вар.* A, E, K һәм F нокталары үзәге B ноктасында булган әйләнәдә ята (рәс. 217).

8 *вар.* E, A, C һәм O нокталары үзәге K ноктасында булган әйләнәдә ята.



Рәс. 216



Рәс. 217

М—12

7 *вар.* **2.** $54^\circ : 3 = 18^\circ$ һәм $54^\circ \cdot 3 = 162^\circ$ булуын исәпкә алырга кирәк. Ул вакытта, $162^\circ = 180^\circ - 18^\circ$ икәнен исәпкә алсак, 18° лы почмакны төзүе һәм бирелгән 54° лы почмакны өч тигез өлешкә бүлүе җиңел башкарыла.

8 *вар.* **1.** *M* ноктасы үзәге *A* ноктасында һәм радиусы *PQ* га тигез булган әйләнә белән *EOF* почмагы биссектрисасының кисешү ноктасы. Андый нокталар ике, яки бер, яки бер дә булмавы мөмкин. **2.** $35^\circ : 7 = 5^\circ$ һәм $35^\circ \cdot 5 = 175^\circ$. Ул вакытта, $175^\circ = 180^\circ - 5^\circ$ икәнен исәпкә алсак, 5° лы почмакны төзүе һәм бирелгән 35° лы почмакны җиде тигез өлешкә бүлүе җиңел башкарыла.

М—13

1 *вар.* **1.** 1) Әйе; 2) әйе; 3) әйе; 4) әйе.

2 *вар.* **1.** 1) Әйе; 2) әйе; 3) әйе; 4) әйе.

7 *вар.* *A* һәм *D* нокталарын тоташтырыйк. Өч ягы буенча $\Delta AED = \Delta AFD$. Моннан $\angle EAD = \angle DAF$. *AMD* өчпочмагы тигезьянлы булганга күрә, $\angle EAD = \angle MDA$ була. Шуңа күрә $\angle MDA = \angle DAF$, шунлыктан $MD \parallel AC$.

8 *вар.* Ике ягы һәм алар арасындагы почмак буенча $\Delta ADB = \Delta CEB$. Шуңа күрә $AB = BC$, ә моннан $\angle BAC = \angle BCA$. Шарт буенча $\angle BAC = \angle MAC$. Шуңа күрә $\angle MAC = \angle BCA$ һәм $AM \parallel BC$ була.

М—14

1 *вар.* **1.** Әйе. **2.** Әйе.

2 *вар.* **1.** Әйе. **2.** Әйе.

3 *вар.* **1.** Әйе, әйе.

4 *вар.* **1.** Әйе, әйе.

7 *вар.* **1.** *A* һәм *C*, *B* һәм *D*, *C* һәм *E* нокталарын тоташтырыйк, ике ягы һәм алар арасындагы почмак буенча $\Delta ABC = \Delta BCD = \Delta CDE$. Өчпочмакларның тигезлегеннән $\angle DBC = \angle ACB$ һәм $\angle BDC = \angle DCE$ булуы чыга. Ул вакытта $CA \parallel BD$ һәм $CE \parallel BD$. Ләкин *C* ноктасы аша *BD* га параллель булган бер генә туры үткәрергә мөмкин. Шуңа күрә *A*, *C* һәм *E* нокталары бер турыда ята.

8 *вар.* **1.** Мәсьәлә 7 нче варианттагы 1 нче мәсьәләгә охшаш рәвештә чишелә.

М—15

1 *вар.* **1.** 45° һәм 135°. **2.** 45°.

2 *вар.* **1.** 58° һәм 122°. **2.** 50°.

3 *вар.* **1.** 20°.

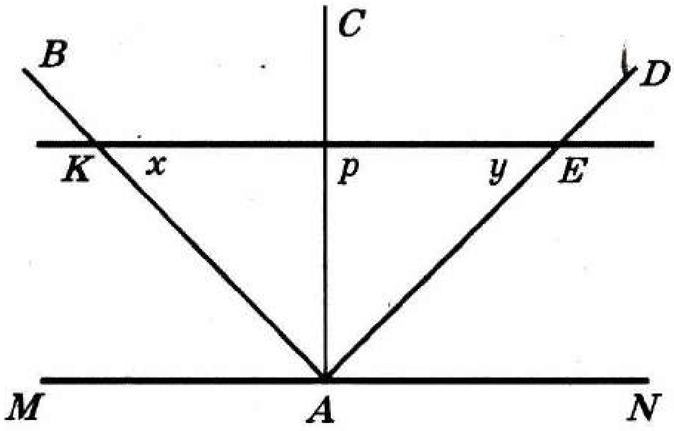
4 *вар.* **1.** 140°.

5 *вар.* **1.** ΔDBC — тигезьянлы, шуңа да $\angle BDC = \angle BCD$. $BE \parallel DC$ булганга, $\angle ABE = \angle BDC$ һәм $\angle EBC = \angle BCD$ була. Моннан $\angle ABE = \angle EBC$ булуы чыга, *BE* — тигезьянлы *ABC* өчпочмагының биссектрисасы һәм шуңа күрә $BE \perp AC$. $DC \parallel BE$ булганга күрә, $DC \perp AC$ була.

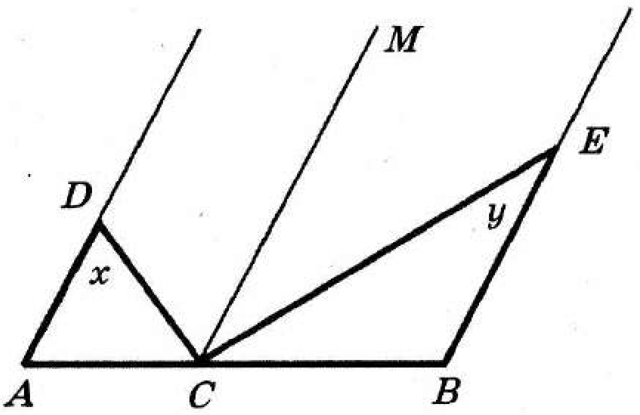
6 *вар.* **1.** $DE \parallel AC$ булганга, $\angle DEA = \angle EAC$. ADE өчпочмагы тигезьянлы булганлыктан, $\angle DEA = \angle DAE$ була. Ул вакытта $\angle DAE = \angle EAC$ һәм AE — тигезьянлы BAC өчпочмагының биссектрисасы, шуңа күрә дә $AE \perp BC$ була.

7 *вар.* $\angle PKA = x$ һәм $\angle PEA = y$ булсын (рәс. 218). $KP = PA$ һәм $PE = PA$ булганга, $\angle KAP = x$ һәм $\angle PAE = y$ була. Шарт буенча $KE \parallel MN$, шуңа күрә $\angle KAM = x$ һәм $\angle EAN = y$. $\angle MAN$ җәелгән булганлыктан, $2x + 2y = 180°$ була. Моннан $x + y = 90°$, ягъни $\angle KAB = 90°$ һәм $AB \perp AD$ була.

8 *вар.* C ноктасы аша AD һәм BE га параллель булган CM нуры үткәрәбез (рәс.219). $\angle ADC = x$ һәм $\angle CEB = y$ булсын. ADC һәм CBE өчпочмаклары тигезьянлы булганга, $\angle ACD = x$ һәм $\angle BCE = y$ була. Төзү буенча CM нуры AD һәм BE га параллель, шуңа да $\angle DCM = x$ һәм $\angle ECM = y$. $\angle ACB$ — җәелгән почмак, шуңа да $2x + 2y = 180°$ һәм $x + y = 90°$, ягъни $\angle DCE = 90°$ һәм $DC \perp CE$ була.



Рәс. 218



Рәс. 219

М—16

1 *вар.* **1.** 50°. 130°. 50°. **2.** Юк.

2 *вар.* **1.** 120°, 120°, 120°. **2.** Юк.

3 *вар.* **1.** Юк.

4 *вар.* **1.** Юк.

5 *вар.* **1.** 50°. Күрсәтмә. E ноктасы аша CD нурына параллель булган EM нуры үткәрергә.

6 *вар.* **1.** 70°.

7 *вар.* BD кисемтәсен D ноктасы ягына дәвам итәбез һәм BD га тигез булган DE кисемтәсе салабыз. A һәм E нокталарын кисемтә белән тоташтырабыз; ике ягы һәм алар арасындагы почмак буенча $\Delta BDC = \Delta ADE$. Моннан $\angle CBE = \angle BEA$ булуы чыга, шуңа күрә $BC \parallel AE$, $AB = 2BD$ булганга, $AB = BE$ һәм ΔABE тигезьянлы була. Шуңа күрә $\angle BAE = \angle BEA$. Исбатлаган буенча $BC \parallel AE$, моннан $\angle EBC = \angle BAE$ һәм $\angle BAE = \angle CBF$. Шулай итеп, $\angle EBC = \angle CBF$, ягъни BC — DBF почмагының биссектрисасы.

8 *вар.* Мәсьәлә 7 варианттагы мәсьәләгә охшаш рәвештә чишелә.

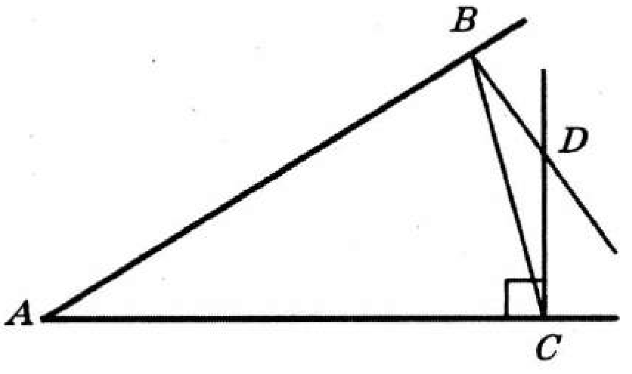
М—17

1 *вар.* **1.** Юк. **2.** Әйе.

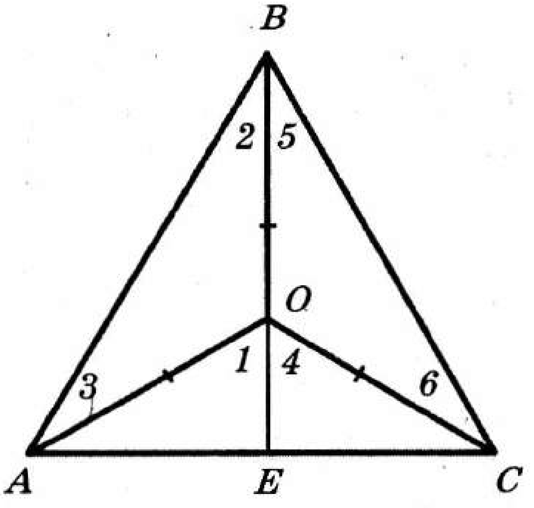
2 *вар.* **1.** Юк. **2.** Әйе.

3 *вар.* **1.** 130°.

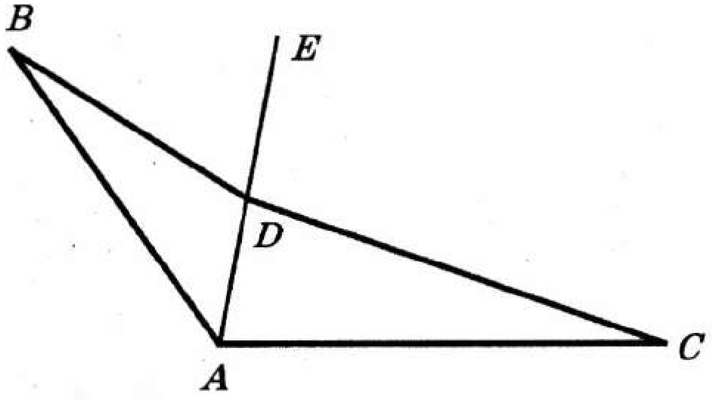
4 *вар.* **1.** 85°.



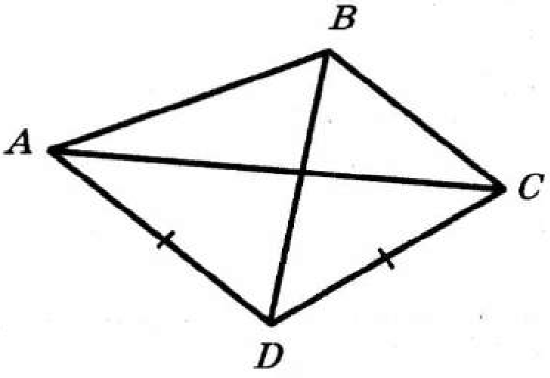
Рәс. 220



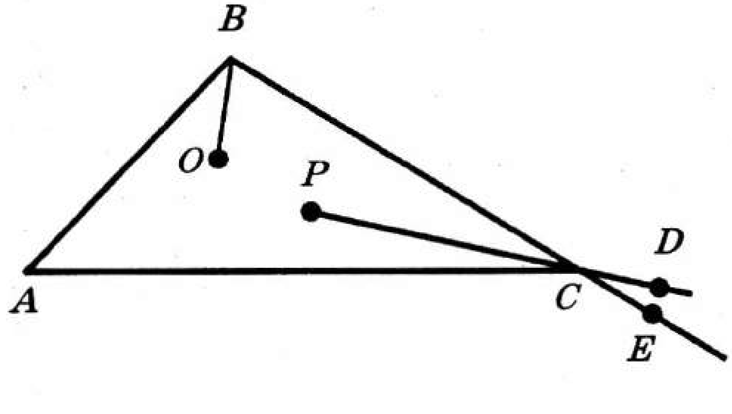
Рәс. 221



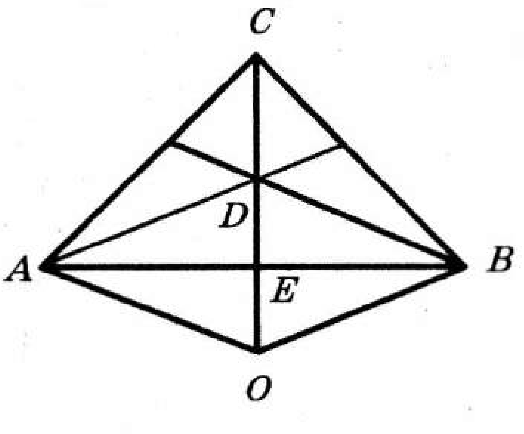
Рәс. 222



Рәс. 223



Рәс. 224



Рәс. 225

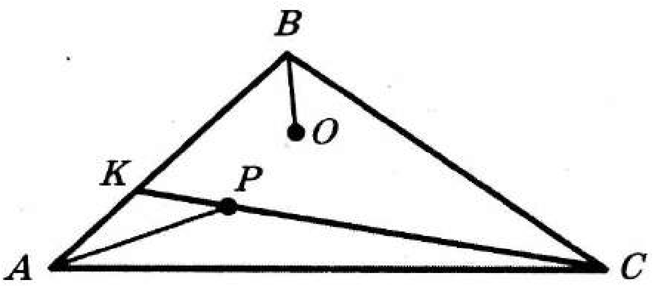
5 *вар.* **1.** ABC һәм BCD өчпочмакларының почмаклары суммасы 360° ка тигез (рәс. 220). Димәк, $\angle ABD + \angle ACD + \angle A + \angle BDC = 360°$, моннан $\angle BDC = 130°$.

2. BO кисемтәсен AC ягы белән ноктада кисешкәнче дәвам итәбез. Ул вакытта $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$, $\angle 4 = \angle 5 + \angle 6$. $OA = OB$ һәм $OB = OC$ булганга күрә, $\angle 3 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$. Ул вакытта $\angle AOC = 2\ \angle ABC = 120°$.

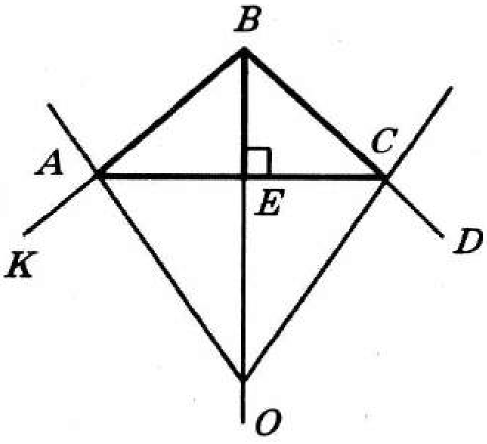
6 вар. **1.** AD кисемтәсен 222 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә дәвам итик. $\angle BDE = \angle BAD + \angle ABD$, $\angle EDC = \angle CAD + \angle ACD$. Димәк, $\angle BDC = \angle ABD + \angle ACD + \angle A = 171^\circ$.

2. $AD = DB$ булганга күрә, $\angle ADB = 180^\circ - 2\angle DBA$ була (рәс.223). Аналогик рәвештә $\angle BDC = 180^\circ - 2\angle DBC$ булуын табабыз. Димәк, $\angle ADC = 360^\circ - 2(\angle DBA + \angle DBC) = 360^\circ - 2\angle ABC = 100^\circ$.

7 вар. **1.** BC ягының дәвамында C ноктасы ягында E ноктасын билгелик (рәс.224). $\angle ACE = \angle A + \angle ABC > \angle ABC$. Ләкин $\angle ABO < \angle ABC$, ә $\angle ACE < \angle ACD$, димәк, O һәм P нокталары ничек урнашса да $\angle ACD > \angle ABO$.



Рәс. 226



Рәс. 227

2. E — AB ягының уртасы булсын (рәс.225). $AO = BO$ һәм $AC = BC$ булганлыктан, O, E, D нокталарының бер турыда ятуын һәм $DO \perp AB$ булуын исбатларга була. $\angle AOD = x$ булсын. Ул вакытта $\angle ACO = 90^\circ - \frac{x}{2}$, чөнки $AO = OC$. ACE һәм AOE өчпочмакларыннан $\angle CAB = \frac{x}{2}$, $\angle OAE = 90^\circ - x$ булуын табабыз. Димәк, $DAE = \frac{x}{4}$ (чөнки AD – CAB почмагының биссектрисасы). DAE һәм OAE өчпочмаклары тигез. Димәк, $90 - x = \frac{x}{4}$, моннан $x = 72$. Димәк, ABC өчпочмагының почмаклары 36°, 36° һәм 108° ка тигез булуын исбатларга була.

8 вар. **1.** Өчпочмакның тышкы почмагы аның белән чиктәш булмаган эчке почмактан зуррак булганлыктан (рәс.226), $\angle APC > \angle AKP > \angle ABC > \angle OBC$. Җ а в а п: булмый.

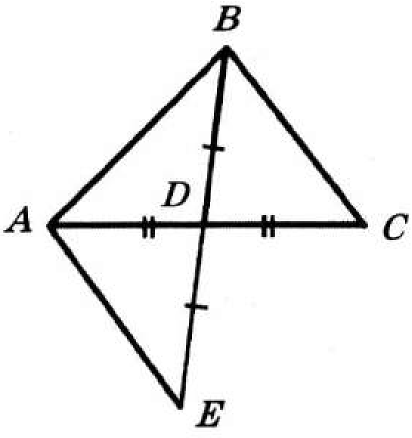
2. $OA = OB = OC$ дип фараз итик. ABC һәм AOC өчпочмаклары тигезьянлы булганлыктан, AC кисемтәсенең уртасы — E ноктасы BO турында ятуын һәм $BO \perp AC$ булуын исбатларга була (рәс.227). $\angle AOB = x$ булсын, ул вакытта $\angle ABO = 90^\circ - \frac{x}{2}$, чөнки $AO = OB$. Икенче яктан, AOE өчпочмагыннан $\angle OAE = 90^\circ - x$ булуын табабыз (чөнки AO — $\angle KAE$ почмагының биссектрисасы). Димәк, $\angle BAC = 180^\circ - (180^\circ - 2x) = 2x$, моннан $2x = \frac{x}{2}$ һәм $x = 0$. Килеп чыккан каршылык $OA = OB = OC$ тигезлегенең үтәлә алмавын күрсәтә.

М—18

1 *вар*. **1.** $\angle B < \angle K$. **2.** 90°.

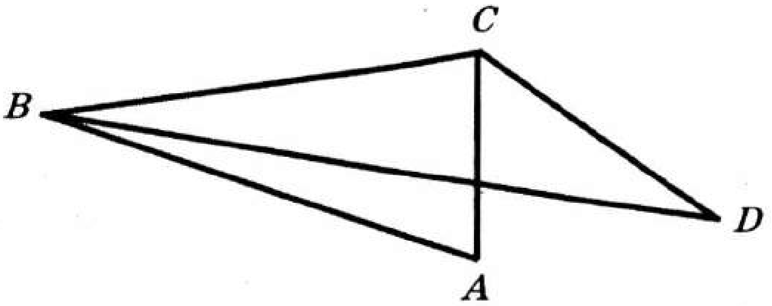
2 *вар*. **1.** $AB < PK$. **2.** $AE = BE$.

5 *вар*. **1.** 228 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә, BD медианасын аның озынлыгына дәвам итәбез. ADE һәм CDB өчпочмаклары тигез булганлыктан, $BC = AE$, $\angle CAE = \angle BCA$ була. Димәк, $\angle ABE < \angle BAE$. Димәк, ABE өчпочмагында $E > AE$, моннан $2BD > BC$.

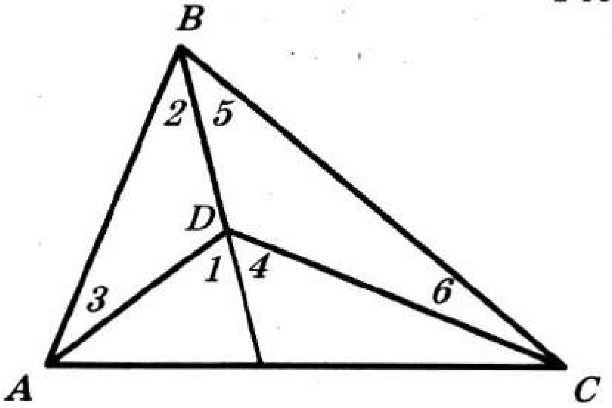


Рәс. 228

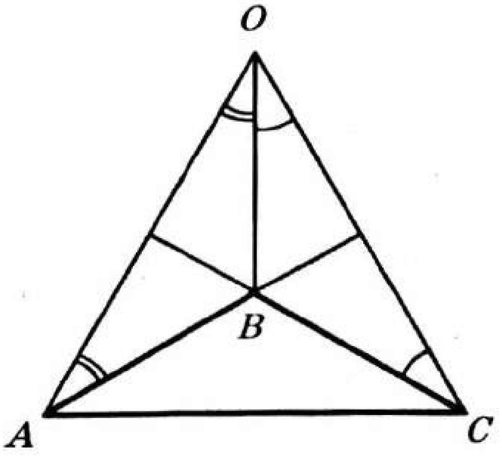
2. Күрсәтмә. $BD = BC$ булуын исбатлагыз. DK һәм DB ны чагыштырыгыз.



Рәс. 229



Рәс. 230



Рәс. 231

6 *вар*. Мәсьәләләр 5 нче варианттагы мәсьәләгә охшаш чишелә.

7 *вар*. **1.** $\angle BCA > \angle ABC$, чөнки $AB > AC$ (рәс.229). Димәк, $\angle BCD > \angle BCA > \angle ABC > \angle DBC$, моннан BDC өчпочмагыннан $BD > CD$ булуын табабыз.

2. Күрсәтмә. $MA = MB = MC$ булуын исбатлагыз. Моннан ABC өчпочмагының медианалары аның биеклекләре булуы чыга. Димәк, ABC өчпочмагы — тигезьянлы.

8 *вар*. **1.** $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$, $\angle 4 = \angle 5 + \angle 6$ (рәс. 230). Димәк, $\angle 1 > \angle 3$, $\angle 4 > \angle 6$. Моннан $\angle ADC > \angle BCD + \angle BAD$ булуы чыга. Мәсьәләнең шартын исәпкә алып, $\angle ADC > \angle DAC$ булуын табабыз. Димәк, $AC > DC$.

2. Күрсәтмә. 5 нче варианттагы 2 нче мәсьәләгә аналогик рәвештә AOC өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатлагыз (рәс.231). Җавап: $\angle BCA = 30°$.

М—19

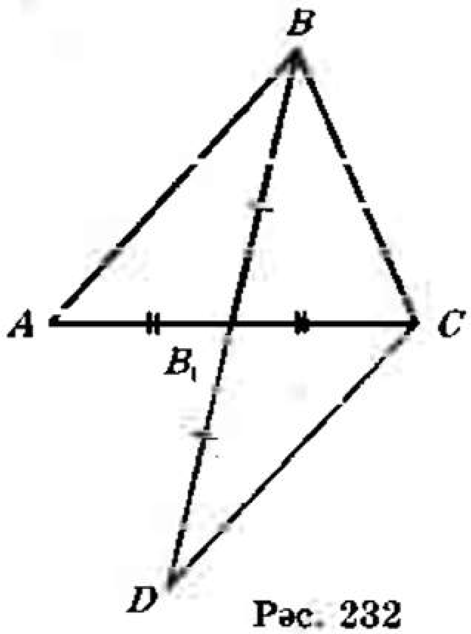
1 *вар.* **1.** Юк. **2.** Юк.

2 *вар.* **1.** Юк. **2.** Юк.

3 *вар.* **1.** Юк.

4 *вар.* **1.** Юк.

5 *вар.* **1.** 232 нче рәсемдә күрсәтелгәнчә, BB_1 кисемтәсен анық озынлыгына дәвам итәбез. ABB_1 һәм DCB_1 өчпочмакларының тигез икәнен исбатларга була. $BD < BC + CD$ икәнен исәпкә алып, $2BB_1 < BC + AB$ булуын табабыз.



Рәс. 232

2. Була алмый.

6 *вар.* Мәсьәләләр 5 нче вариант мәсьәләләренә охшаш чишелә.

7 *вар.* **1.** ABC өчпочмагында AA_1 һәм BB_1 медианалары O ноктасында кисешә. Ул вакытта $AO + OB_1 > AB_1$ һәм $BO + OA_1 > BA_1$, димәк,

$$AO + OB_1 + BO + OA_1 > AB_1 + BA_1.$$

Димәк,

$$AA_1 + BB_1 > 0{,}5\,(AC + BC).$$

2. AE турысы BC ягын D ноктасында кисеп үтсен, ул вакытта ADB яки ADC почмакларының берсе кысынкы түгел. Анықлык өчен, ул ADB почмагы булсын. Ул вакытта ADB өчпочмагыннан $AB > AD$ булуы чыга, ә BEC өчпочмагыннан: $EB + EC > BC$. $AB = BC$ булганлыктан, $AD < EB + EC$ була. Ләкин $EA < AD$.

8 *вар.* **1.** AC һәм BD кисемтәләре O ноктасында кисешсен. Ул вакытта

$$AO + BO > AB,\ AO + OD > AD,\ OD + OC > DC,\ BO + OC > BC.$$

Димәк,

$$AO + BO + AO + DO + OD + OC + BO + OC > AB + AD + DC + BC,$$

моннан

$$2\,(AC + BD) > AB + AD + DC + BC.$$

2. AM турысы BC ягын D ноктасында кисеп үтсен. $AB > AD > AM$ булуын исбатларга мөмкин (7 нче варианттагы 2 нче мәсьәләне кара). Икенче яктан, $CE + EB > CB$, ләкин $CB = AB$. Димәк, $MA < BE + EC$.

М—20

1 *вар.* **2.** 4 см.

2 *вар.* **2.** 60°.

3 *вар.* **2.** 10 см.

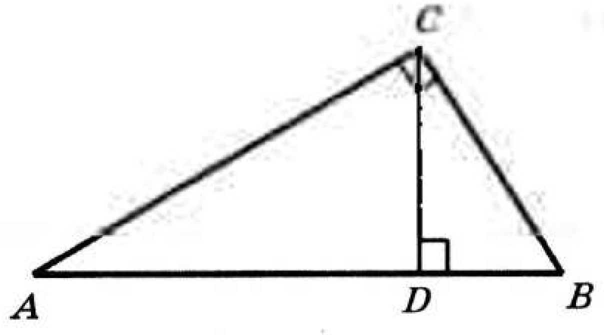
4 *вар.* **2.** 150°.

5 *вар.* **2.** $BD = 2BC$ булганлыктан, $\angle DCB = 30°$ була (рәс. 233). Димәк, $\angle CAB = 30°$. Моннан $AB = 2BC = 4BD$ булуын табабыз, ул вакытта $AD = AB - BD = 3DB$.

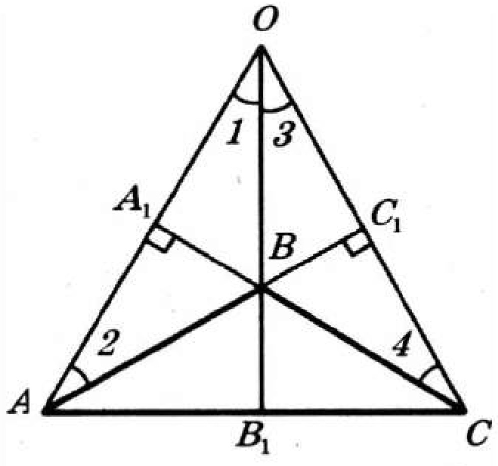
6 *вар.* **1.** $\angle ABB_1 = \angle 1 + \angle 2$, чөнки $\angle ABB_1$ – ABO өчпочмагының тышкы почмагы (рәс. 234). Аналогик рәвештә $\angle CBB_1 = \angle 3 + \angle 4$. Ул

вакытта $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle AOC + \angle 2 + \angle 4$. AOC_1 һәм COA_1 өчпочмакларыннан $\angle 2 = 90° - \angle AOC$, $\angle 4 = 90° - \angle AOC$ булуын табабыз. Димәк, $\angle ABC = 180° - \angle AOC$.

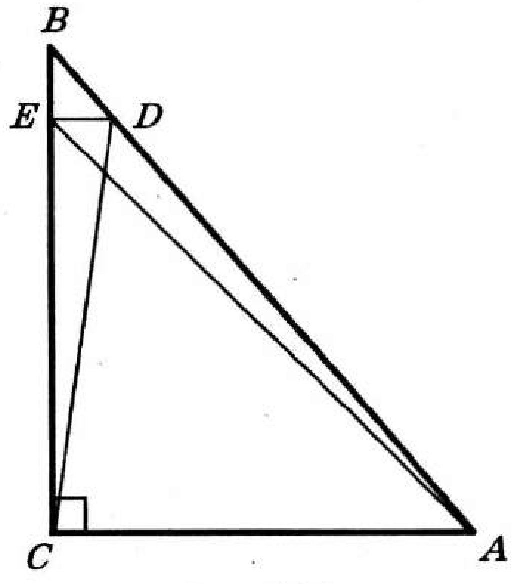
2. Мәсьәлә 5 нче вариантдагы 2 нче мәсьәләгә охшаш чишелә.



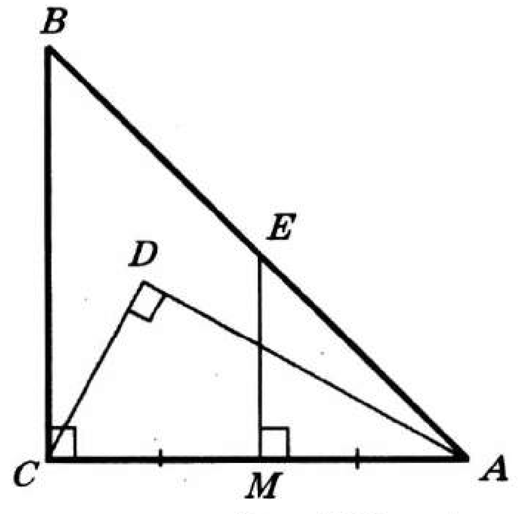
Рәс. 233



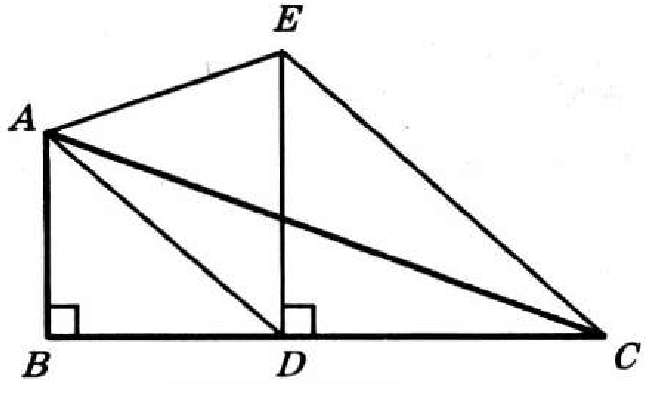
Рәс. 234



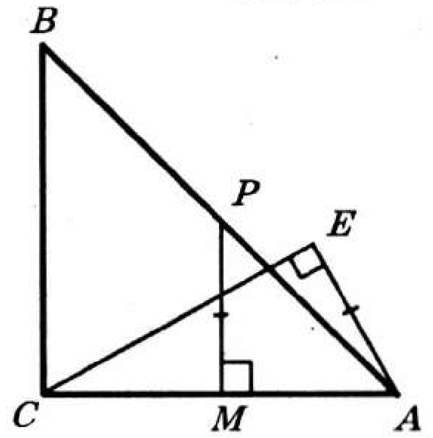
Рәс. 235



Рәс. 236



Рәс. 237



Рәс. 238

7 вар. **1.** ABC өчпочмагында $\angle BAC = 90° - \angle CBA = 50°$ (рәс.235). Ул вакытта $\angle EAC = 45°$, моннан $\angle CEA = 45°$. Димәк, $EC = AC$. Икенче яктан, $\angle DCA = 80°$ һәм CDA өчпочмагыннан $\angle CDA = 50°$. Димәк, $CD = CA$, димәк, $CE = CD$. CED өчпочмагыннан $\angle EDC = 85°$ булуын табабыз.

2. ABC өчпочмагында $\angle CAB = 90° - \angle B = 45°$ (рәс.236). AEM өчпочмагында $\angle MEA = 90° - \angle MAE = 45°$. Димәк, $ME = MA$. CDA

өчпочмагында $\angle CAD = 90° - \angle DCA = 30°$. Димәк, $CD = 0{,}5AC = MA$. Димәк, $CD = ME$.

8 *вар.* **1.** DOC өчпочмагында $\angle OCD = 20°$, ABD өчпочмагында $\angle BDA = 40°$ (рәс.237). Димәк, $\angle ADE = 50°$ һәм $\angle ADC = 140°$. Ул вакытта ADC өчпочмагында $\angle DAC = 20°$. Димәк, $DA = DC$. Икенче яктан, EDC өчпочмагында $\angle ECD = 45°$ һәм $DC = DE$. Ул вакытта $AD = DE$, DEA өчпочмагыннан $\angle DEA = 65°$ булуын табабыз.

2. ABC өчпочмагында $\angle BAC = 90° - \angle CBA = 45°$ (рәс.238). PMA өчпочмагында $\angle MPA = 45°$. Димәк, $MP = MA$ һәм $AC = 2EA$, моннан $\angle ECA = 30°$ һәм $\angle EAC = 60°$.

М—21

5 *вар.* D ноктасы AB ягының уртасы булсын. Ул вакытта ике катет буенча ADE һәм DBE өчпочмаклары тигез. Димәк, $AE = BE$. AEC өчпочмагының периметры $AC + AE + CE = AC + BE + CE = AC + BC = AC + 24$ кә тигез, моннан $AC = 6$ см булуын табабыз.

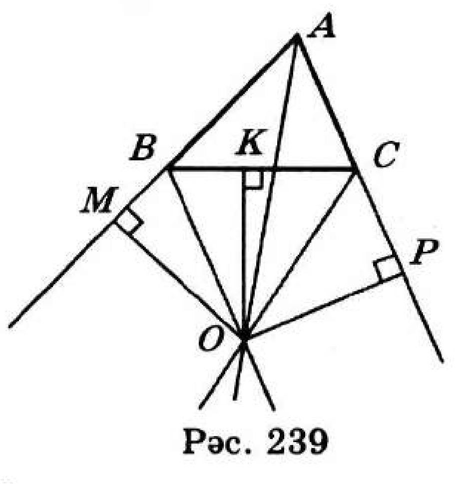
6 *вар.* **1.** Катет һәм кысынкы почмак буенча ADK һәм BDK өчпочмаклары тигез. Димәк, $AD = BD$. Алга таба мәсьәлә 5 нче варианттагы 1 нче мәсьәләгә охшаш чишелә.

2. BO һәм CO ABC өчпочмагының B һәм C түбәләре янындагы тышкы почмакларының биссектрисалары булсын (рәс.239). O ноктасыннан AB, BC, AC турыларына тиңдәшле рәвештә OM, OK, OP перпендикулярлары үткәрегез. Башта $OM = OK$ һәм $OK = OP$ икәнен, соңыннан $\angle MAO = \angle PAO$ булуын исбатлагыз.

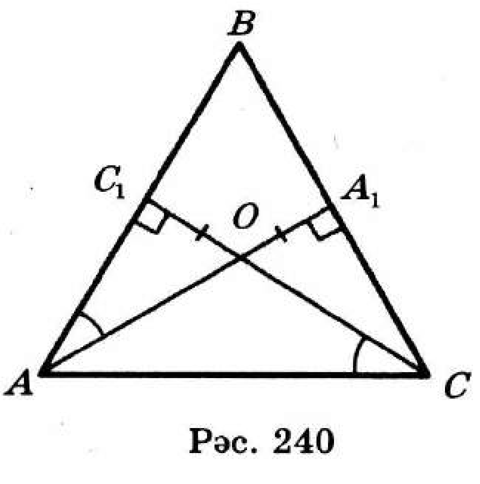
7 *вар.* **1.** Ике катеты буенча ABA_1 һәм ACC_1 өчпочмаклары тигез. Димәк, $AB = AC$. Алга таба $BC_1 = A_1C$ һәм $BC = AC$ икәнен исбатларга була. Димәк, ABC өчпочмагы тигезьянлы һәм $\angle B = 60°$.

2. ABC өчпочмагыннан $\angle C = 90°$ булуын табабыз. BBC һәм BAK өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез. Димәк, $MAM_1 = \angle AA_1C$ икәнен исбатларга була. Димәк, MAM_1 һәм AA_1C өчпочмаклары гипотенуза һәм кысынкы почмак буенча тигез. Димәк, $AM_1 = A_1C$, A_1 ноктасы BC кисемтәсенең уртасы булганлыктан, $AM_1 = BA_1$ була.

8 вар. **1.** AOC_1 һәм A_1OC өчпочмаклары катет һәм кысынкы почмак буенча тигез (рәс. 240), димәк, $\angle OCA_1 = \angle A_1AB$ һәм $AO = OC$. Димәк,



Рәс. 239



Рәс. 240

$CC_1 = AA_1$ һәм ACC_1 һәм ACA_1 өчпочмаклары катет һәм гипотенуза буенча тигез. Димәк, $\angle A_1AC = \angle C_1CA$. Шулай итеп, AA_1 һәм CC_1 кисемтәләренең һәрберсе ABC өчпочмагының бер үк вакытта биеклеге дә, биссектрисасы да була. Димәк, бу өчпочмак тигезьянлы һәм $AC = 2BA_1$.

2. ABC өчпочмагыннан BCA почмагының $90°$ ка тигез булуын табабыз. A_1 — BC кисемтәсенең уртасы булганлыктан, $AM_1 = A_1C$ була һәм AMM_1 һәм AA_1C өчпочмаклары катет һәм гипотенуза буенча тигез. Моннан BC һәм DA турыларының параллель булуын исбатларга була. Димәк, $\angle DAB = \angle ABC$. Шулай итеп, ADC_1 һәм BC_1C өчпочмаклары ягы һәм бу як янында ятучы почмаклары буенча тигез һәм $DC_1 = CC_1$.

М—22

1 *вар.* **1.** $AC > BD$. **2.** а) 4 см; б) 5 см.

2 *вар.* **1.** $AC > BD$. **2.** а) $30°$; б) 10 см.

3 *вар.* **1.** $AB > DC$.

4 *вар.* **1.** $PM > KE$.

5 *вар.* **1.** Мәсьәләгә туры килгән сызымнарның берсе 241 нче рәсемдә сурәтләнгән. $\angle OAD + \angle BOE = 90°$ шартыннан $\angle ADO = 90°$ булуын табабыз. BOE һәм AOD өчпочмаклары катет һәм кысынкы почмак буенча тигез. Димәк, $AO = EO$, моннан $AB = DE$. Ләкин $AC > AB$, димәк, $AC > DE$.

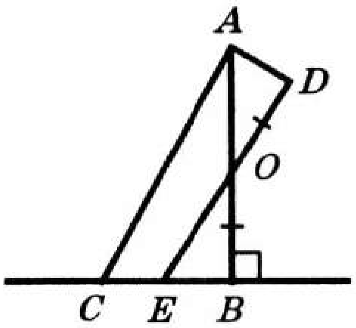
2. а) $0{,}5x$; б) $0{,}5x$.

6 *вар.* **1.** MP нурыннан OHP га тигез булган EMP почмагы салабыз (рәс.242). OME һәм OHP өчпочмаклары як һәм бу як янындагы ятучы ике почмак буенча тигез. Ул вакытта $OE = OP$ һәм $HE = MP$, ләкин $HE > HK$, димәк, $HK < MP$. M ноктасыннан a турысына үткәрелгән теләсә нинди авышма MP дан зуррак, димәк, ул HK дан зуррак.

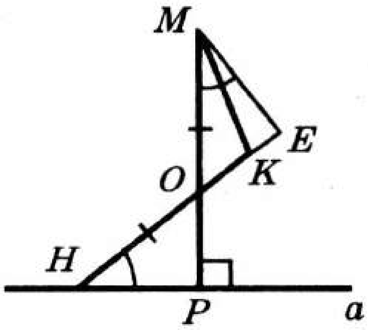
2. а) ABM өчпочмагының тигезьяклы булуын исбатларга була (рәс. 243). Димәк, аның һәр почмагы $60°$ ка тигез. Тигезьянлы BMC өчпочмагының M түбәсе янындагы тышкы почмагын беләбез, $\angle C = \angle MBC = 30°$ булуын табабыз. Ул вакытта $\angle ABC = 90°$. Димәк, AB — A ноктасыннан BC турысына кадәрге ераклык. ABM өчпочмагыннан $AB = x$ булуын табабыз.

б) $MK \perp BC$ үткәрәбез, MK — a һәм BC турылары арасындагы ераклык. MKC өчпочмагыннан $MK = 0{,}5x$ булуын табабыз.

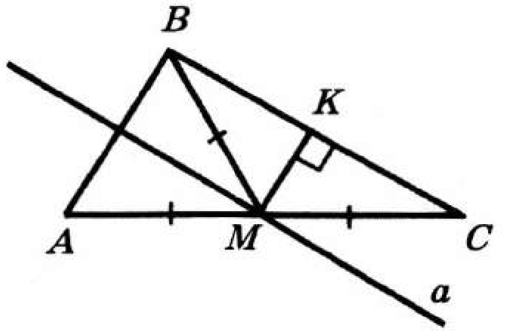
7 *вар.* **1.** $AB > 2AC$ дип фараз итсәк, AC кисемтәсенең дәвамында C ягында, $CK = AC$ һәм $AB = AE$ булырлык итеп, бер-бер артлы CK һәм KE



Рәс. 241



Рәс. 242

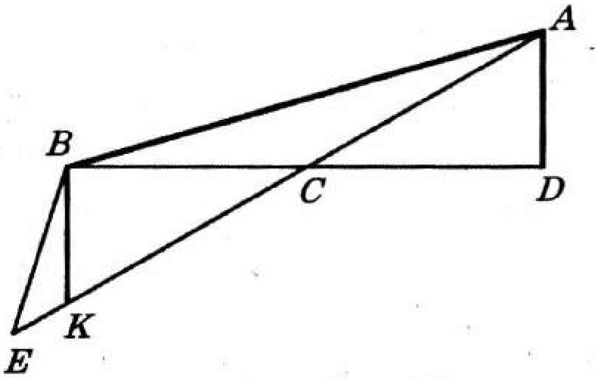


Рәс. 243

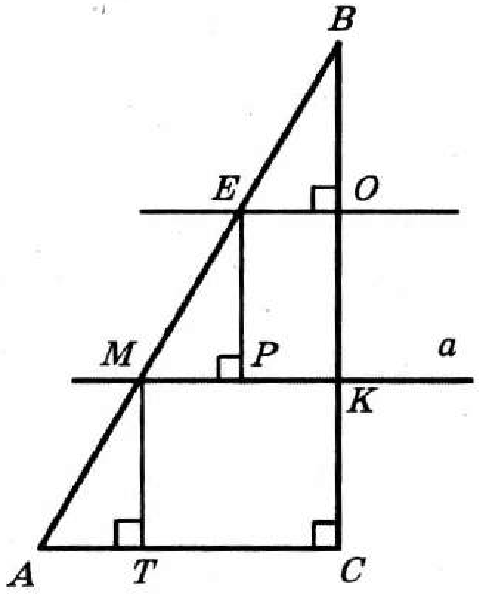
кисемтәләрен салырга була (рәс. 244). BKC һәм ACD өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез. Димәк, $\angle KBC = 90^\circ$ һәм $\angle BKC$ — кысынкы. Шулай итеп, $\angle BKC < \angle KBC$. Ләкин $\angle ABE > \angle KBC$, ә $\angle BKC > \angle BEC$. $\angle ABE > \angle BEC$ булуын табабыз, ә болай була алмый, чөнки $AB = AE$. Димәк, $AB > 2AC$ тигезлеге үтәлә алмый.

2. a турысы BC ягын K ноктасында кисеп үтсен, ди (рәс.245). E — MB кисемтәсенең уртасы булсын, ди. $MT \perp AC$, $EP \perp a$, $EO \perp BC$ үткәрик. AMT, MEP, EBO өчпочмаклары гипотенуза һәм кысынкы почмак буенча тигез. Ул вакытта $MT = EP = BO$. Ләкин $EP = OK$, чөнки $EO \parallel a$ булуын исбатларга була, димәк, $BK = 2MT$, өстәвенә BK – B ноктасыннан a турысына кадәрге ераклык, ә MT — a һәм AC турылары арасындагы ераклык.

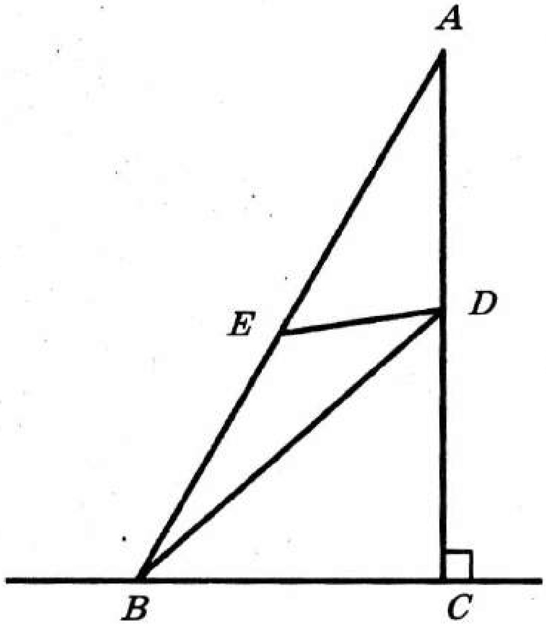
8 *вар.* **1.** $\angle DEA \geqslant 90^\circ$ булса, ADE өчпочмагындагы $AD > ED$ була (рәс.246). Ләкин $AD < AC < AB$, димәк, $ED < AB$. Әгәр $\angle DEA < 90^\circ$ булса, $\angle DEB$ — җәенке, ә BDE өчпочмагында $DB > DE$ була.



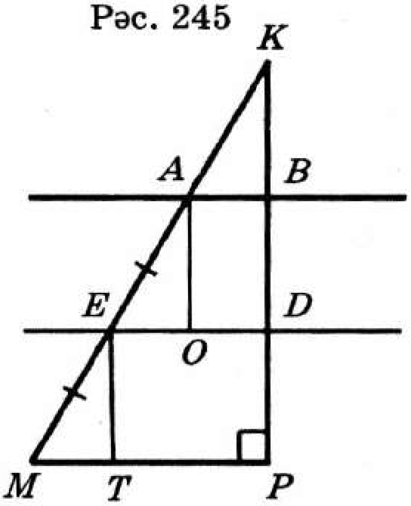
Рәс. 244



Рәс. 245



Рәс. 246



Рәс. 247

Икенче яктан, $\angle BDA > \angle BCA = 90^\circ$. Димәк, ABD өчпочмагында $AB > DB$. Димәк, $ED < AB$.

2. Биредә E — MA ның уртасы, $ED \parallel MP$ (рәс.247). $ET \parallel KP$, $AO \parallel KP$. Алга таба мәсьәлә 7 нче варианттагы 2 нче мәсьәләгә охшаш чишелә.

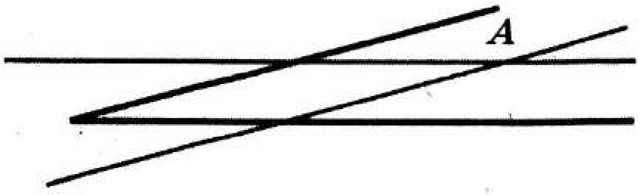
М—23*

1 *вар.* **1.** Параллель турылар.

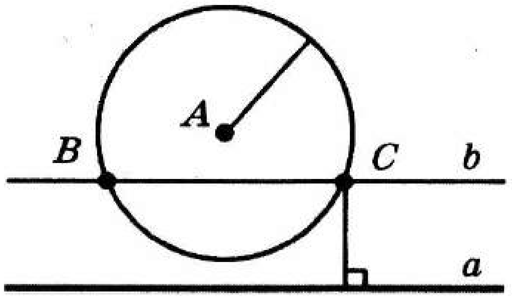
2 *вар.* **1.** *AB* турысына параллель туры.

5 *вар.* **1.** $BC \parallel AD$, чөнки *B* һәм *C* нокталары *AD* турысыннан тигез ераклашкан. $BO = OC$ икәнен исәпкә алып, $\angle OCB = \angle OBC$ һәм $AO = OD$ булуын исбатларга була. *ABC* һәм *CBD* өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез.

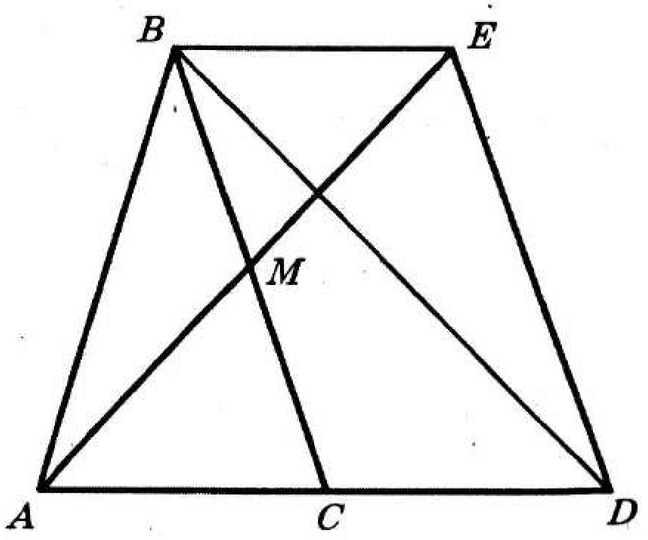
2. Почмакның якларына параллель булган һәм алардан бирелгән кисемтәгә тигез ераклыкта урнашкан ике туры төзегез (рәс.248). Бирелгән турыларның кисешү ноктасы *A* шул эзләнелгән нокта була.



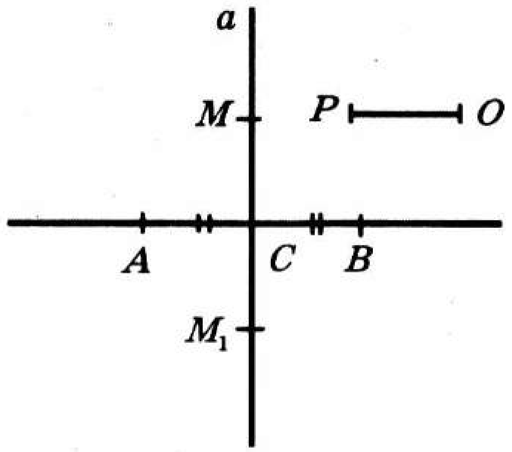
Рәс. 248



Рәс. 249



Рәс. 250



Рәс. 251

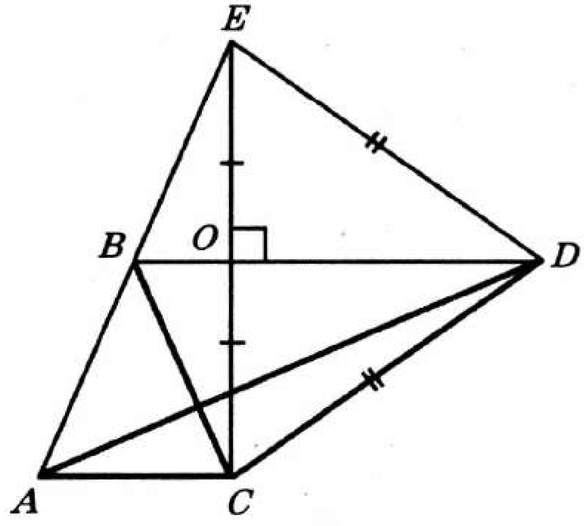
6 *вар.* **2.** *a* турысы һәм анда ятмаучы *A* ноктасы бирелсен, ди (рәс.249). Үзәге *A* ноктасында һәм радиусы бирелгән кисемтәгә тигез булган әйләнә, *a* га параллель һәм *a* турысыннан бирелгән кисемтәгә тигез ераклыкта урнашкан *b* турысын төзик. Төзелгән әйләнә белән *b* турысының кисешү нокталары *B* һәм *C* эзләнелгән нокталар була да инде.

7 *вар.* **1.** $BE \parallel AD$, чөнки *B* һәм *E* *AD* турысыннан тигез ераклашкан. *BE* һәм *AD* кисемтәләрен үткәрик (рәс.250). *BME* һәм *AMC* өчпочмаклары як һәм як ягында ятучы ике почмак буенча тигез. Димәк, $BC = ED$.

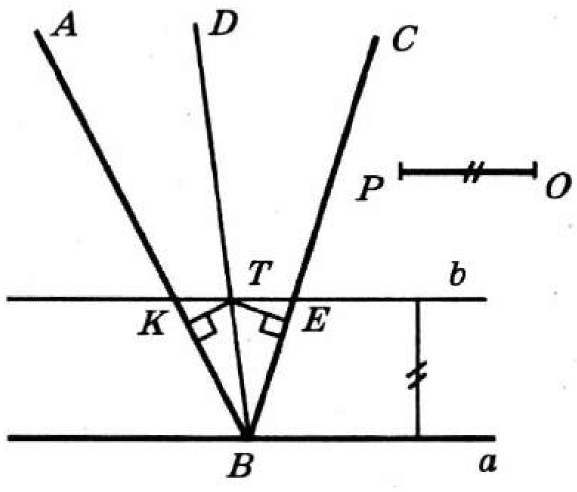
2. *AB* кисемтәсенең уртасы — *C* ноктасы аша, *AB* га перпендикуляр итеп, *a* турысы үткәрик (рәс.251). *a* турысында *C* ноктасыннан *PO* га тигез булган *MC* һәм M_1C кисемтәләре салыйк. *M* һәм M_1 нокталары эзләнелгән нокталар була. *AMC* һәм *BMC* өчпочмаклары ике катет буенча тигез, димәк, төзү буенча $MA = MB$, $MC = PO$. Аналогик рәвештә M_1 ноктасы өчен исбатлау башкарыла.

8 *вар.* **1.** $BD \parallel AC$, чөнки B һәм D нокталары AC турысыннан тигез ераклашкан. $EC \perp BD$, $EO = OC$ ны төзик (рәс.252). Ул вакытта $ED = CD$, чөнки EOD һәм COD өчпочмаклары ике катет буенча тигез. Аналогик рәвештә $BE = BC$. AED өчпочмагында $AE < AD + DE$. Ул вакытта, исбатлаганны һәм шартны исәпкә алып, $2BC < AD + DC$ булуын табабыз.

2. Төзү 253 нче рәсемдә бирелгән.



Рәс. 252

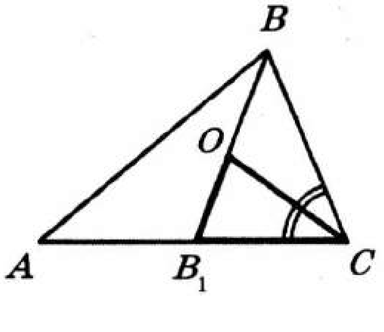


Рәс. 253

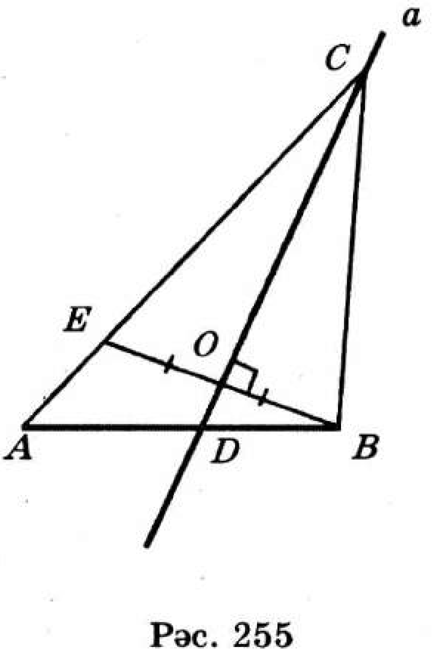
М—24

5 *вар.* **1.** $\angle B = 15°$ булганлыктан, ABC өчпочмагын AB ягы буенча һәм аның янында ятучы ике почмак буенча төзергә мөмкин.

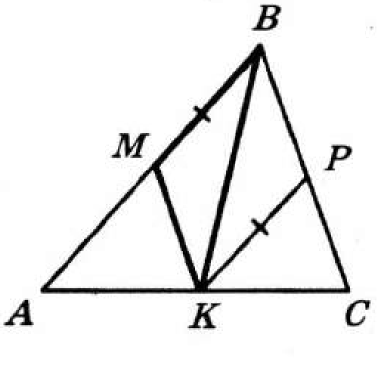
2. B_1OC өчпочмагын өч ягы буенча төзик. Моннан соң BOC өчпочмагын OC ягы, BCO почмагына тигез булган B_1CO почмагы һәм BOC почмагына чиктәш булган B_1OC почмагы буенча төзибез (рәс.254). Шул ук рәвештә ABB_1 өчпочмагын төзибез.



Рәс. 254



Рәс. 255

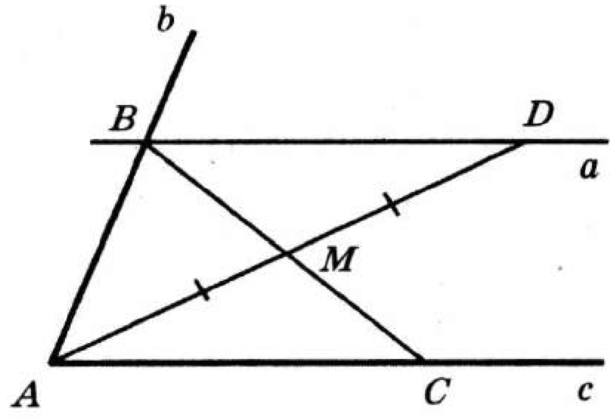


Рәс. 256

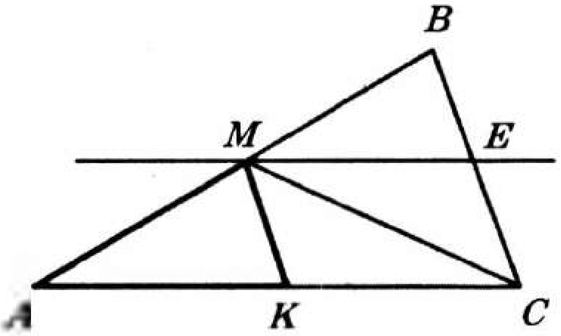
6 *вар.* 1. $\angle B = 120°$, $\angle C = 45°$, $\angle A = 15°$ булса, 15° лы почмак төзү өчен иркле тигезьянлы өчпочмак төзибез һәм аның бер почмагын дүрт тигез өлешкә бүләбез. Хәзер инде *ABC* өчпочмагын ике як: *AB* һәм *AC* һәм алар арасындагы почмак буенча төзергә була.

7 *вар.* 1. *a* турысы *AB* кисемтәсен *D* ноктасында кисеп үтсен, ди. *BE* кисемтәсен төзик, $BE \perp a$, $BO = OE$ (рәс.255). Эзләнелгән *C* ноктасы *a* турысы белән *AE* кисешкәндә килеп чыга.

2. *MBK* өчпочмагын өч ягы буенча $MB = PK$ булырлык итеп төзибез. Моннан соң $MK \parallel BP$, $MB \parallel PK$ төзибез (рәс.256). *PKC* өчпочмагын *PK* ягы, *BPK* почмагы белән чиктәш *KPC* почмагы һәм бирелгән *PKC* почмагы буенча төзибез. *A* ноктасын *MB* һәм *CK* турылары кисешкәндә табабыз. *ABC* өчпочмагы — эзләнелгән өчпочмак. Чынлыкта, төзү буенча $MK \parallel BC$,



Рәс. 257



Рәс. 258

$KP \parallel AB$ *MBK* һәм *BPK* өчпочмакларының як һәм аның янында ятучы почмаклар буенча тигез булуын исбатларга була. Димәк, $MB = PK$.

8 *вар.* 1. *A* почмагының яклары *b* һәм *c* турыларында ятсын, ди. Уртасы *M* ноктасында булган *AD* кисемтәсен төзибез (рәс.257). Моннан соң *D* ноктасы аша *c* турысына параллель булган *a* турысын үткәрәбез. *B* — *a* һәм *b* турыларының кисешү ноктасы. *C* ноктасын *BM* һәм *C* ның кисешү ноктасы буларак төзибез. *B* һәм *C* нокталары — эзләнелгән нокталар. *BMD* һәм *AMC* өчпочмакларының як һәм аның янында ятучы почмаклар буенча тигез булуын исбатларга була. Димәк, $BM = MC$ һәм *AM* кисемтәсе *ABC* өчпочмагының медианасы була.

2. *AMK* өчпочмагын өч ягы буенча, $AM = PQ$, $MK = P_1Q_1$, $KA = P_2Q_2$ булырлык итеп төзибез (рәс.258). *AMC* өчпочмагын *AM* ягы, *A* почмагы һәм *hk* га тигез *AMC* почмагы буенча төзибез. $ME \parallel AC$, $EC \parallel MK$ төзибез. *B* ноктасын *AM* һәм *EC* турыларының кисешү ноктасы буларак табабыз. *ABC* өчпочмагы — эзләнелгән өчпочмак.

Чынлыкта, төзү буенча $ME \parallel AC$, *MKC* һәм *MEC* өчпочмаклары як һәм аның янында ятучы ике почмак буенча тигез булуын исбатларга була. Димәк, $MK = EC$. Моннан тыш, $\angle AMC$, *AC* — *ME*, *AM* бирелгәннәргә төзү буенча тигез.

М—25*

3 *вар.* **1.** *BC* катеты һәм *BM* медианасы буенча туры почмагы *C* булган *ABC* өчпочмагы төзергә кирәк булсын, ди. Башта *BMC* өчпочмагын катеты һәм гипотенузасы буенча төзибез. Моннан соң *ABC* өчпочмагын ике катет *BC* һәм $AC = 2MC$ буенча төзибез.

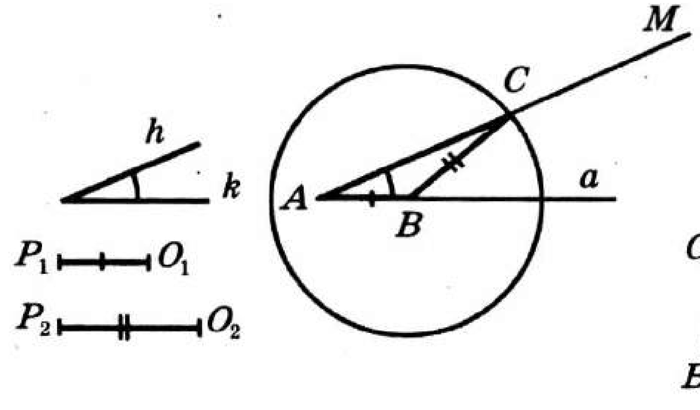
2. Эзләнелгән өчпочмакның түбәсендәге почмагы x ка тигез булсын. Ул вакытта нигезе янындагы почмагы $90° - 0{,}5x$ ка тигез. Бу өчпочмакны төзегәннән соң, эзләнелгән өчпочмакны нигезе һәм аның янында ятучы почмаклар буенча төзергә була.

4 *вар.* **1.** Кысынкыпочмаклы *ABC* өчпочмагын *BM* биеклеге һәм *ABM* һәм *MBC* почмаклары буенча төзергә кирәк булсын, ди. *ABM* һәм *CBM* өчпочмакларын катет һәм аның янында ятучы кысынкы почмак буенча төзибез. *ABC* өчпочмагы — эзләнелгән өчпочмак.

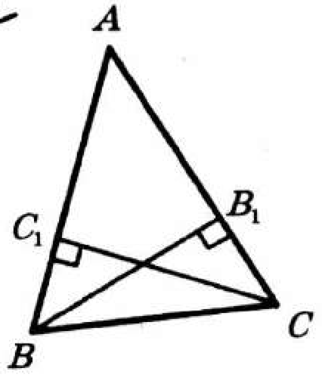
2. Туры почмагы *C* булган *ABC* өчпочмагын *CD* биеклеге һәм *B* почмагы буенча төзергә кирәк булсын, ди. Башта *CBD* өчпочмагын *CD* катеты һәм каршы ятучы *B* почмагы буенча төзибез. *ABC* өчпочмагын *BC* катеты буенча һәм бу катет янында ятучы *B* почмагы буенча төзибез.

5 *вар.* **1.** P_1O_1 һәм P_2O_2 кисемтәләре һәм *hk* почмагы бирелсен, ди. $AB = P_1O_1$, $\angle A = \angle hk$, $BC = P_2O_2$ булырлык итеп, *ABC* өчпочмагы төзергә кирәк.

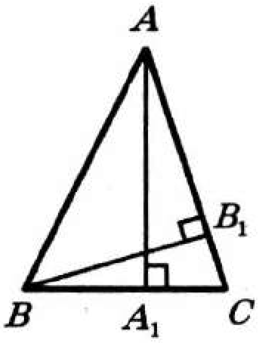
a турысы үткәрәбез, анда циркуль ярдәмендә P_1O_1 гә тигез булган *AB* кисемтәсе салабыз (рәс.259). Моннан соң бирелгән *hk* почмагына тигез булган *BAM* почмагын төзибез.



Рәс. 259



Рәс. 260



Рәс. 261

Аннары үзәге *B* һәм радиусы P_2O_2 булган әйләнә төзибез. *B* ноктасын *C* ноктасы — әйләнә белән *AM* нурының кисешү ноктасы белән тоташтырып, эзләнелгән *ABC* өчпочмагын төзибез. Әйләнә *AM* нурын кисеп үтмәсә, мәсьәләнең чишелеше булмый, әгәр әйләнә *AM* нурын ике ноктада кисеп үтсә, мәсьәләнең ике чишелеше була.

2. *ABC* өчпочмагын BB_1 һәм CC_1 биеклекләре һәм *A* почмагы буенча төзергә кирәк булсын, ди. ABB_1 һәм ACC_1 өчпочмакларын катет һәм аңа каршы ятучы почмак буенча төзибез (рәс.260). Аннары *B* һәм *C* нокталарын кисемтә белән тоташтырабыз.

6 *вар.* **1.** Башта өчпочмакның өченче почмагына тигез булган почмак төзегез, аннары өчпочмакны ягы һәм аның янында ятучы почмаклар

буенча төзегез. Әгәр бирелгән почмакларның суммасы 180° тан кимрәк булмаса, мәсьәләнең чишелеше булмый.

2. ABC өчпочмагын BB_1 һәм AA_1 биеклекләре һәм A почмагы буенча төзергә кирәк булсын, ди. Башта ABB_1 почмагын катет һәм аңа каршы ятучы почмак буенча төзибез, аннары ABA_1 почмагын — AB гипотенузасы һәм AA_1 катеты буенча (рәс.261). C ноктасы AB_1 һәм BA_1 турылары кисешкәндә килеп чыга.

7 вар. **1.** Башта ABM өчпочмагын AB һәм BM яклары һәм аларның берсенә каршы ятучы AMB почмагы буенча төзибез. Моннан соң A һәм BCM почмаклары һәм AB ягы буенча ABC өчпочмагын төзибез.

2. Башта $180° - (\angle B + \angle A)$на тигез булган C почмагын төзибез. Моннан соң BD катеты һәм аңа каршы ятучы C почмагы буенча CDB почмагын төзибез. ABC өчпочмагы AC һәм BC яклары һәм алар арасындагы C почмагы буенча төзелә.

8 вар. **1.** Башта ABM өчпочмагын ABM һәм AMB почмаклары һәм аларның берсенә каршы ятучы AM ягы буенча төзибез. ABC өчпочмагы AB һәм BC яклары һәм BC ягына каршы ятучы A почмагы буенча төзелә.

2. Башта CD катеты һәм BC гипотенузасы буенча BCD өчпочмагын төзибез. Моннан соң A һәм B почмакларының бирелгән аермасыннан файдаланып, A почмагына тигез булган hk почмагын төзибез. Аннары туры почмак белән төзелгән hk почмагының аермасына тигез булган почмак төзибез. Төзелгәнгә тигез почмакны CD нурыннан B түбәсенә каршы якка салабыз. Бу почмакның ягы BD турысын A ноктасында кисеп үтә. ABC өчпочмагы — эзләнелгән өчпочмак.

М—26

1 вар. **3.** 80°. **4.** $AC > AM$.

2 вар. **2.** 70°. **4.** $MB > AK$.

3 вар. **2.** $4 < AD < 8$.

4 вар. **2.** $5 < EP < 10$. **3.** 5.

5 вар. **3.** BAD өчпочмагы — тигезьянлы, AC – BAD почмагының биссектрисасы. Ул вакытта $AC \perp BD$. O — AC һәм BD кисемтәләренең кисешү ноктасы булсын. $AO = OC$, $BO = OD$, $\angle OBA = \angle OBC$, $\angle ABO > 45°$ булуын исбатларга була, чөнки $\angle ABC > 90°$ һәм $TC > AT$. Димәк, $\angle BAO < 45°$, $\angle ABO > \angle BAO$. Димәк, $AO > BO$ һәм $AC > BD$.

4. Әгәр T ноктасыннан TM һәм TK перпендикулярларын тиңдәшле рәвештә AD һәм AB турыларына үткәрсәк, хасил булган турыпочмаклы AMT һәм AHT өчпочмаклары гипотенуза һәм кысынкы почмак буенча тигез була. Моннан $TM = TH$ булуы килеп чыга.

6 вар. **3.** TP һәм KM турылары A ноктасында кисешсеннәр. $TA = AP$, $MK \perp TP$, чөнки TMP өчпочмагы тигезьянлы. $KT = TM$ булганга, $AK = AM$, $\angle KTA = \angle ATM$, $\angle KTA = 45°$, чөнки $KO > OM$ һәм $\angle OTK = 44°$. Димәк, $\angle TKA > 45°$. Шулай итеп, $AT > KA$ һәм $TP > KM$.

4. OB һәм OCO ноктасыннан TM һәм MP турыларына үткәрелгән перпендикулярлар булсын. OBM һәм OCM өчпочмаклары гипотенуза һәм кысынкы почмак буенча тигез, димәк, $OB = OC$.

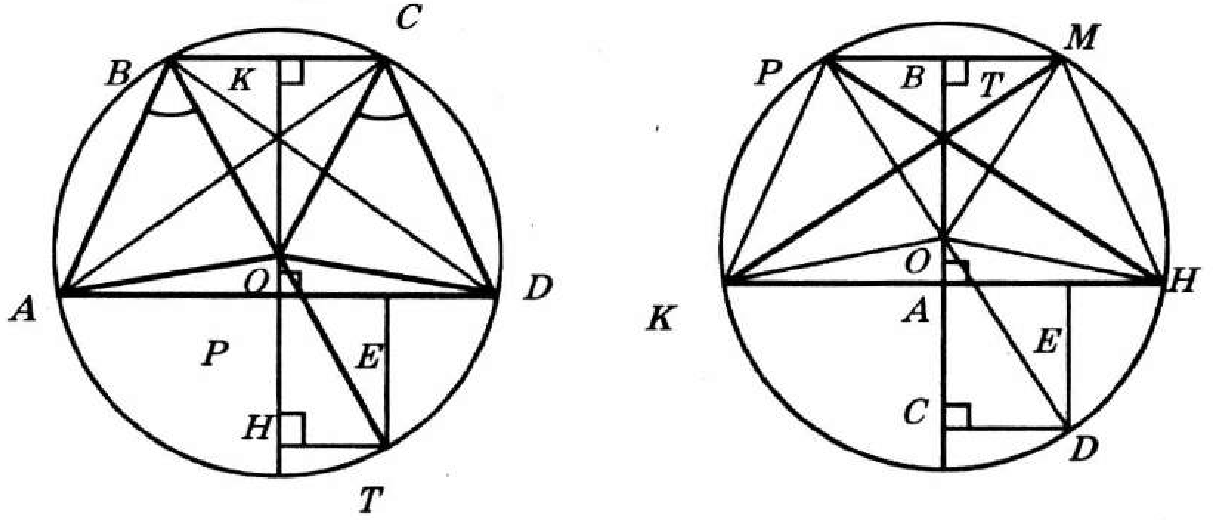
7 *вар.* Рәс. 262 **1.** $OB = OA$ булганга, $\angle BOA = 180° - 2\angle ABO$ була, аналогик рәвештә $\angle COD = 180° - 2\angle OCD$. Димәк $\angle AOB = \angle COD$.

2. $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$, $\angle BOD = \angle COD + \angle BOC$. Димәк, $\angle AOC = \angle BOD$. Ул вакытта AOC һәм BOD өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез.

3. ABO һәм COD өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез. Димәк, $AB = CD$. Ул вакытта ABC һәм BDC өчпочмаклары өч як буенча тигез була. Шуңа күрә $\angle DBC = \angle ACB$. Аналогик рәвештә $\angle CAD = \angle BDA$. Ләкин $\angle DBC = \angle ADB$, чөнки $BC \parallel AD$. Димәк, $\angle DBC = \angle CAD$.

4. O ноктасыннан AD һәм BC турыларына OP һәм OK перпендикуляры үткәрәбез; $AP = PD$, $BK = KC$, чөнки AOD һәм BOC өчпочмаклары тигезьянлы, димәк, $PD > KC$. PD кисемтәсендә, $PE = KC$ булырлык итеп, E ноктасын билгелик. $ET \parallel OP$ һәм $TH \parallel PD$ үткәрик. $PE = HT$, чөнки $ET \parallel OP$, димәк, OKC һәм OHT өчпочмаклары гипотенуза һәм катет буенча тигез, шуңа күрә $OH = OK$. $OH > OP$ булганга, $OK > OP$ була.

8 *вар.* **1.** KOM һәм POH өчпочмаклары (рәс.263) өч як буенча тигез, димәк, $\angle KOM = \angle POH$.



Рәс. 262   Рәс. 263

2. $\angle POK = \angle KOM - \angle POM$, $\angle MOH = \angle POH - \angle POM$, димәк, $\angle POK = \angle MOH$. Ул вакытта POK һәм MOH өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез. Димәк, $\angle KPO = \angle OMH$. Ләкин $\angle POK + 2\angle KPO = 180°$, чөнки PKO өчпочмагы тигезьянлы. Димәк, $\angle POK + 2\angle OMH = 180°$.

3. $PK = MH$, чөнки POK һәм MOH өчпочмаклары тигез. Ул вакытта KPM һәм HMP өчпочмаклары өч як буенча тигез. Димәк, $\angle KMP = \angle HPM$. Аналогик рәвештә $\angle MKH = \angle PHK$. Шарт буенча $\angle MPH = \angle MKH$ булганга күрә, $\angle KMP = \angle MKH$ була. Ә моннан $PM \parallel KH$ булып чыга.

4. O ноктасыннан KH һәм PM турыларына тиңдәшле рәвештә OA һәм OB перпендикулярлары төшерәбез. Ул вакытта $OA < OB$, $AH = AK$, $PB = BM$, чөнки POM һәм KOH өчпочмаклары тигезьянлы. OA нурында OB га тигез OC кисемтәсен салыйк (рәс.263 не кара). $CD \perp OA$, $DE \parallel AC$ үткәрәбез. OBM һәм OCD өчпочмаклары катет һәм гипотенуза буенча тигез, димәк, $BM = CD$. Икенче яктан, $AE = CD$, чөнки $AC \parallel ED$. Ләкин $AE < AH$, шулай булгач, $BM < AH$ һәм $PM < KH$.

КОНТРОЛЬ ЭШЛӘРГӘ ҖАВАПЛАР ҺӘМ КҮРСӘТМӘЛӘР

К—1

1 *вар.* **1.** 135°. **2.** *AB* > *CD*. **3.** а) 50°, 40°; б) *MOB* һәм *COK* почмаклары вертикаль түгел, чөнки аларның градуслы үлчәмнәре тигез түгел. **4.** Бер, ике яки өч ноктаны (рәс.264).

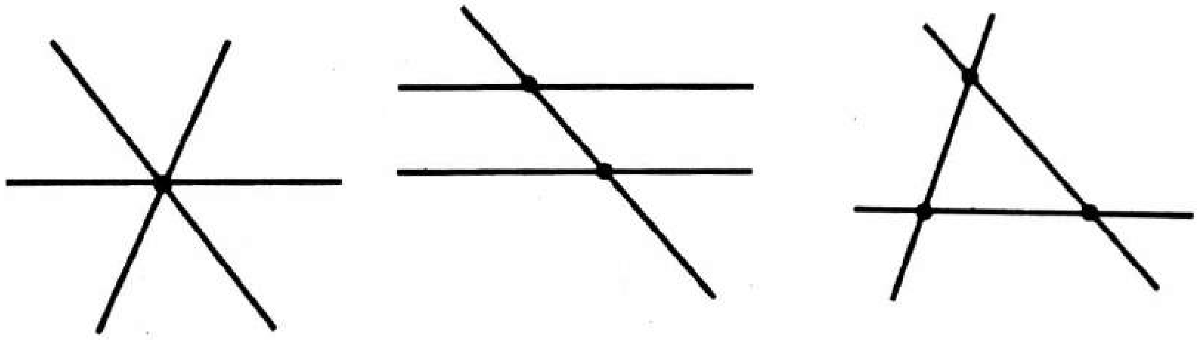
2 *вар.* **1.** 20°. **2.** 102 мм. **3.** а) 50°, 40°; б) *A, K, B* нокталары бер турыда ятса, *AKH* һәм *MKB* почмаклары вертикаль булырлар иде, ләкин бу почмаклар тигез түгел. Димәк, *A, K, B* нокталары бер турыда ятмый. **4.** 265 нче рәсемне кара.

3 *вар.* **1.** Әйе. **2.** *PK* = *HM*. **3.** а) Әйе; б) $\angle EOB + \angle POB = \angle POE$. Димәк, $\angle POE = 180°$, ягъни *POE* почмагы җәелгән почмак һәм *P, O, E* нокталары бер турыда ята. Димәк, *EOB* һәм *POA* почмаклары вертикаль була. **4.** Мөмкин (рәс.266).

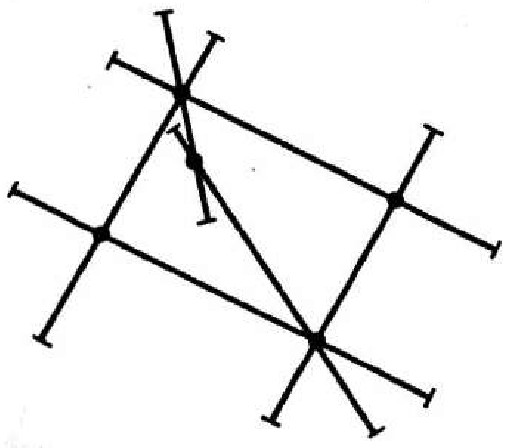
4 *вар.* **1.** 90°. **2.** 125 мм. **3.** а) Әйе; б) мәсьәлә 3 нче варианттагы 3б мәсьәләсенә охшаш чишелә. **4.** Алты яки җиде өлешкә (рәс. 264).

К—2

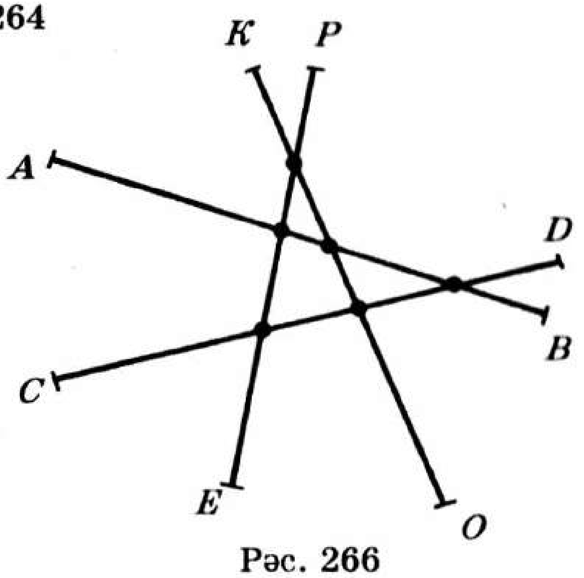
1 *вар.* **4.** Туры һәм бирелгән почмакларның аермасына тигез почмак төзергә һәм килеп чыккан почмакны урталай бүләргә.



Рәс. 264



Рәс. 265



Рәс. 266

2 *вар.* **4.** Туры почмакны сигез тигез өлешкә бүләргә һәм аларның берсен алырга.

3 *вар.* **4.** Бирелгән почмакны бер-бер артлы 3 тапкыр салырга һәм төзелгәннән туры почмакны алырга.

4 *вар.* **4.** Туры почмакның 0,25 енә тигез почмак төзергә, һәм туры почмак белән төзелгәннең аермасын табарга.

К—3

1 *вар.* **1.** 50°. **2.** Булмый. **3.** а) 51°.

2 *вар.* **1.** 40°. **2.** Әйе.

3 *вар.* **1.** 120°. **2.** Бер дә юк, чөнки $a \parallel c$. **3.** а) 63°.

4 *вар.* **1.** 90°. **2.** Берне. **3.** а) 135°.

К—4

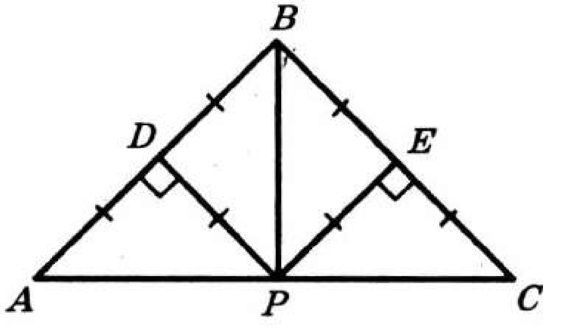
1 *вар.* **1.** $AC > BC$. **2.** 30°. **3.** б) Өчпочмак тигезсезлеге буенча $BC < DC + BD = 2BD = 4AB$. **4.** Әгәр өчпочмакның барлык яклары төрле озынлыкта булса, каршы кую методыннан файдаланып, почмакларының берсе 60° тан кимрәк булуын исбатларга мөмкин. Димәк, бирелгән өчпочмакны теләсә ничек кискәндә, хасил булган өчпочмакларның бер почмагы 60° тан ким була, димәк, тигезьянлы булмый. Җ а в а п: булмый.

2 *вар.* **1.** $\angle C = 120°$, $\angle A = 40°$, $\angle B = 20°$. **3.** б) $\angle DBC = 60°$. Димәк, $BC = DC = AD$, $AB < AC = 2BC$, моннан исбатларга кирәк булган раслама килеп чыга. **4.** 267 нче рәсемне кара. Тигезьянлы турыпочмаклы ADP, BDP, BEP һәм PEC өчпочмакларын бирелгәнчә төзегәндә, P, D һәм E нокталары тиңдәшле рәвештә AC, AB, BC кисемтәләрендә ятуын, ә AB һәм BC кисемтәләренең тигез булуын исбатларга мөмкин. Җ а в а п: мөмкин.

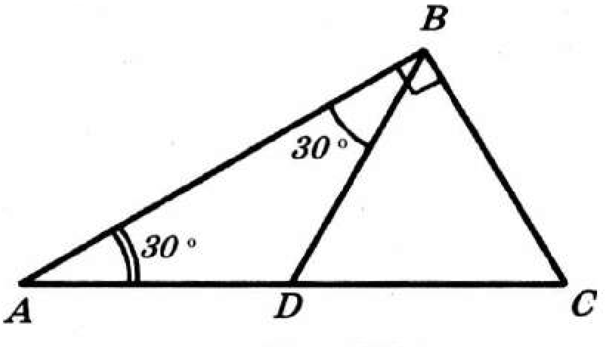
3 *вар.* **1.** $AB = BC$. **3.** б) Бирем а) га аналогик рәвештә $\angle ABD = \angle C$ булуын исбатларга мөмкин. Ул вакытта ABD өчпочмагында $AD > BD$, ә BCD өчпочмагында $BD > DC$. Димәк, $AD > DC$. **4.** 268 нче рәсемне кара. Биредә $\angle BAC = 30°$, $\angle ABD = 30°$, $\angle ABC = 90°$. DBC өчпочмагының тигезьяклы, ә ABD өчпочмагының тигезьянлы булуын исбатларга мөмкин. Җ а в а п: мөмкин.

4 *вар.* **3.** MHC өчпочмагыннан $\angle C < \angle MHC$ булуын табабыз, димәк, $\angle C < \angle BAC$. Ул вакытта ABC өчпочмагында $AB < BC$.

4. Өчпочмакны ике өчпочмакка түбәсе аша турылап бүләргә мөмкин. AM ($M \in BC$) кисемтәсе тигезьянлы ABC өчпочмагын ике тигез өчпочмакка: AMB һәм ABC га бүлсен, ди, ул вакытта $\angle B = \angle C$. Димәк, $AB = AC$ болай була алмый. Җ а в а п: булмый.



Рәс. 267



Рәс. 268

К—5

1 *вар.* д) $AE = EC$ дип фаразласак, ED кисемтәсе AEC өчпочмагының биеклеге һәм медианасы була. Ул вакытта AC турысындагы D ноктасы аша AC га перпендикуляр итеп ике туры BD һәм DE үткәрелгән була, ә болай булуы мөмкин түгел.

2 *вар.* д) ABC өчпочмагы биссектрисаларының кисешү ноктасы аның түбәсеннән тигез ераклашкан дип исбатларга була.

3 *вар.* д) $\angle BCA = 30°$, $\angle ABC = 90°$ булганга, $AB = 2AC$ була. $BO = AO = OC$ булуын исбатларга мөмкин. Икенче яктан, BCO һәм MOA өчпочмаклары ике як һәм алар арасындагы почмак буенча тигез. Димәк, $BO = OM$. Шулай итеп, O ноктасы A, B, C, M нокталарыннан тигез ераклашкан. Димәк, бу нокталар аша үзәге O ноктасында булган әйләнә үткәрергә була.

4 *вар.* д) HCO һәм MOD өчпочмакларының тигез булуын исбатларга була, өстәвенә $HO = OM$ һәм $\angle COH = \angle MOD = 30°$. Шуңа күрә $\angle HOM = \angle AOM + \angle AOC + \angle COH = 180°$, димәк, H, O, M нокталары бер турыда ята. Димәк, O ноктасы — MH кисемтәсенең уртасы.

ЭЧТӘЛЕК

Кереш 3
Мөстәкыйль эшләр 7
Контроль эшләр 71
Математик диктантлар 89
Геометриядән имтиханнарга үрнәк мәсьәләләр 100
Җаваплар һәм күрсәтмәләр 106

Учебное издание

Зив Борис Германович
Мейлер Вениамин Михайлович

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ГЕОМЕТРИИ

для 7 класса татарской средней
общеобразовательной школы

(перевод с русского на татарский язык)

Редакторы *Э. Р. Гыйльманова*
Бизәлеш редакторы *Р. А. Сәйфуллина*
Техник редакторы *Ө. С. Трофимова*
Корректоры *А. М. Закирова*

Нәшриятка 183 нче номерлы лицензия 1997 елның 7 апрелендә бирелгән.
Басарга кул куелды 06.06.2001. Форматы $60\times90^1/_{16}$. Офсет кәгазе.
«Школьная» гарнитурасы. Офсет басма. Басма табагы 8,0. Нәшер-хисап табагы 6,4. Тиражы 8200 д. Заказ З-74.

«Мәгариф» нәшрияты. 420111. Казан. Бауман урамы, 19.
Издательство «Магариф». 420111. Казань, ул. Баумана, 19.
Тел.:/факс (8432) 92-57-48.
Http://magarif.kazan.ru/
E-mail: magarif@mail.ru

ДУП «Полиграфия-нәшрият комбинаты».
420111. Казан, Бауман урамы, 19.